UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS E ATUARIAIS

Joabe Barbosa de Araújo Freitas

Franquias: uma estratégia de redução de risco

RECIFE- PE
Julho/2018

Joabe Barbosa de Araújo Freitas

Franquias: Uma estratégia de redução de risco

Trabalho apresentando como requisito parcial
para obtenção do grau de Bacharel em
Ciências Atuariais.

Orientador: Prof. Dr. Wilton Bernardino da Silva

RECIFE- PE
Julho/2018

RESUMO

A franquia tem sido utilizada pelas seguradoras como estratégia para redução de riscos, porém há uma lacuna na literatura sobre esse uso da franquia e seus impactos. Por isso, o objetivo desse estudo é apresentar os principais impactos do uso da franquia em uma carteira de seguros, bem como o comportamento das principais políticas de franquia para diferentes cenários, por exemplo: aumento da dispersão de uma distribuição ou elevações nos níveis de franquia. As análises compararam as políticas de franquia dedutível e simples, desconsiderando as franquias proporcionais devido a sua baixa utilização no mercado de seguros e sua simplicidade. A distribuição de probabilidade utilizada para simular os cenários foi uma Pareto, para valores de sinistros, e uma Poisson, para frequência. No primeiro momento, foram analisadas as vantagens da utilização da franquia como mitigadores de risco e foram encontradas reduções significativas na frequência de sinistros e valores de indenizações. Em um segundo momento foram feitos testes para diferentes níveis de franquia, sendo a variável resposta o preço de seguro, também foi constatada a inversa proporcionalidade entre as variáveis prêmio e franquia. Em um terceiro momento foi analisada a elasticidade Franquia/Prêmio, e a influência da dispersão dos dados na LER, e na franquia simples houve um comportamento mais inelástico com alterações no preço do seguro, apresentando ambas políticas elasticidade positiva. Para a LER, observou-se diferenças significativas entre as políticas, quando alterada a dispersão dos dados. Nas franquias dedutíveis o aumento da dispersão de uma Pareto reduziu a LER, comportamento oposto às franquias simples em que a LER cresceu com a dispersão. No último momento, analisando o resultado operacional simplificado, utilizando apenas os sinistros agregados e o total de prêmios ganhos, foram obtidos os melhores resultados nas franquias simples em todos os níveis de d. As análises intermediárias do trabalho tiveram um papel importante dando consistência à análise final, que visou mensurar de forma simplificada o resultado operacional de uma companhia de seguros frente às referidas alterações.

Palavras-chave: Seguro; Risco; Franquia; Prêmio; Sinistro; Distribuição de Pareto.

ABSTRACT

Deductible has been used by insurers as a strategy for risk reduction, but there is a gap in the literature about this use of the deductible and its impacts. Therefore, the aim of this study is to present the main impacts of the use of the deductible in an insurance portfolio, as well as the behavior of the main deductible policies for different scenarios, for example: increased dispersion of a distribution or elevations in the deductible levels. The analyzes compared ordinary deductible and franchise deductible policies, disregarding the proportional deductibles due to their low use in the insurance market and to its simplicity. Probability distribution used to simulate the scenarios was a Pareto, for claim loss, and a Poisson, for frequency. In the first moment, the advantages of using the deductible as a risk mitigator were analyzed and significant reductions in the frequency of claim loss and indemnification values were found. In a second moment different levels of deductible were tested, being the variable of interest the insurance price, and was verified the inverse proportionality between the premium and deductible variables. In a third moment the elasticity of the Deductible/Premium was analyzed, and the influence of the dispersion of the data in LER and the franchise deductible showed a more inelastic behavior with changes in the insurance price, both policies presenting positive elasticity. For LER, significant differences were observed between policies, when data dispersion was altered. The increase of the dispersion of a Pareto in the ordinary deductible reduced LER, opposite behavior to the franchise deductible in which the LER grew with the dispersion. At the last moment, by analyzing the simplified operating result, using only the aggregate claim loss and the total premiums earned, the best results were obtained in franchise deductible at all levels of d. The intermediate analyzes of the work that were performed played an important role in the final analysis that measured, in a simplified way, the operating result of an insurance company going through the mentioned changes.

Keywords: Insurance; Risk; Deductible; Premium; Indemnification values; Pareto Distribution.

SUMÁRIO

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

1 - INTRODUÇÃO

A indústria de seguros está em constante avanço, justificado por alterações de demandas de uma sociedade que evolui a cada minuto. O aumento da produção de bens e a maior diversidade de serviços exigem um maior controle sobre os riscos a eles associados. Assim surgiu o seguro, como forma de reduzir perdas e garantir uma segurança maior frente aos eventos incertos. Quando o risco é concretizado dá-se o nome de sinistro.

Segundo Finke (2001), além do risco existem outros elementos fundamentais para a existência do seguro: segurado, segurador e o prêmio. O segurado é o indivíduo que inicialmente está sujeito aos efeitos dos riscos, mas repassa-os para o segurador por meio de um contrato. Portanto, o segurador, mediante recebimento de um prêmio, passa a assumir os riscos segurados e garantir a indenização em caso de ocorrência de sinistro.

O prêmio do seguro, conforme esclarecido em Finke (2001), é “o pagamento que o segurado presta ao segurador em virtude da transferência de determinado risco a que está sujeito”, e “elaborada mediante cálculos que levam em conta dados estatísticos, o tipo de risco, a importância segurada e a duração do seguro”. Deste modo, as companhias de seguros buscam modelos de medição de risco, na tentativa de transformar as incertezas em segurança, aumentando assim a capacidade de domínio do risco para o cumprimento das obrigações legais frente ao segurado, conforme Botelho (2015).

Entretanto existem situações onde os modelos de medição de risco não são eficazes para expor a possibilidade e gravidade de um risco, como em situações de assimetria de informação, onde existe um desequilíbrio de informações entre as partes de um contrato. Por exemplo, no seguro de automóvel as seguradoras não conseguem medir o nível de zelo do segurado com o seu bem enquanto contrato vigente. Em muitos casos o segurado diminui a precaução contra roubo de carro após adquirir o seguro, conforme constatado em Martins et al (2008). Este é um caso clássico de risco moral (moral hazard), que segundo Chiappori (1999) ocorre quando as probabilidades de acidentes não são exógenas, mas dependentes das decisões tomadas pelo segurado (por exemplo, esforço de prevenção). Algo extremamente presente no mercado segurador, que precisa achar soluções para mitigar os efeitos deste risco. Conforme Harel (2007), uma boa estratégia utilizada pelas companhias de seguro é a utilização de franquias, que será o foco deste trabalho.

Franquia é uma quantia na qual o segurado concorda em pagar quando há sinistro. Segundo Harel (2007) sua utilização não apenas reduz o risco moral, sendo útil também na redução das despesas administrativas, que expurga a necessidade de envolvimento das seguradoras frente as pequenas causas, muitas vezes caras e demoradas, conforme Hogg & Klugman (1984).

O presente trabalho está dividido em 5 capítulos. Neste primeiro capítulo foi abordado alguns conceitos que serão explorados ao longo da monografia, e apresentamos também a motivação de utilizar políticas de franquia nos contratos de seguro. No segundo capítulo realizamos uma revisão de literatura, explanando os assuntos utilizados nas análises do trabalho. Para o tema franquia dedicamos o terceiro capítulo, onde citamos a sua importância no mercado segurador, seus impactos na precificação, e os 3 tipos de franquias utilizadas. No quarto capítulo temos um estudo teórico-empírico de uma carteira de seguros simulada, onde o interesse foi testar a eficácia da utilização de políticas de franquias para redução de riscos, observando os níveis de severidade e frequência. Ainda no quarto capítulo comparou-se as duas principais políticas de franquias, observando suas influências na precificação. Por fim, no quinto capítulo são feitas considerações finais acerca dos resultados obtidos. As simulações foram feitas a partir da linguagem de programação R, utilizando o software RStudio em sua versão 3.0.1

2 – REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Modelo Atuarial de Precificação

Prêmio de seguro é o preço exigido pela seguradora para reter o risco de perda do segurado, conforme Tse (2009), onde o prêmio cobrado deve variar diretamente com a perda potencial. Segundo Goovaerts et al. (1986) a determinação de um prêmio pode ser considerada o problema mais relevante para as seguradoras, e mesmo entendendo a importância das reservas técnicas e margem de solvência, seu argumento é sustentado afirmando que sem uma adequada precificação estas reservas não estariam em um nível suficiente para cobrir as obrigações futuras. Portanto a criação e domínio de modelos preditivos, que são funções matemáticas que, aplicadas a dados históricos, consigam prever o comportamento dos sinistros (exemplo, valores, quantidade, tempo até a ocorrência) é alvo de inúmeras pesquisas científicas até os dias de hoje.

Estudos sobre os riscos em seguros não vida e seus modelos preditivos foram alicerçados pioneiramente pelo trabalho do matemático sueco Filip Oskar Lundberg, em sua tese, “Approximations of the Probability Function Reinsurance of Collective Risks”, de 1903, que deu origem ao modelo clássico de risco de seguros, utilizando um processo homogêneo de Poisson para modelar as indenizações que chegam nas seguradoras até um instante “t”. Posteriormente, Harald Cramér, em 1930, agregou estudos mais avançados de processos estocásticos ao trabalho de Lundberg.

O trabalho de Cramer, incorporado ao trabalho de Lundberg, é conhecido na literatura como modelo clássico de Cramér-Lundberg, ou modelo clássico de risco coletivo (SHIRYAEV (1999)), e conforme Mikosch (2006) é atualmente a base da matemática de seguro não vida, sendo modificado e estendido para diversos campos da teoria da probabilidade aplicada, como a teoria das filas, processo de ramificação, teoria da renovação, confiabilidade, modelos de barragens e armazenamento, teoria do valor extremo e redes estocásticas.

Goovaerts et al. (1986) citam diversos estudos sobre precificação elaborados na segunda metade do século XX, (Bailey & Simon, 1960, Hallin & Ingenbleek, 1982, Schmitter & Straub, 1975, na abordagem de métodos de determinação de tarifas, Goovaerts *et al*, 1984, nos princípios de cálculo de prêmio, e Pentikainen & Rantala, 1982, com o desenvolvimento de modelos usando simulação e/ou programação dinâmica). Frees *et al* (2014) citam o trabalho “Dois estudos sobre a classificação de seguros de automóveis" de Bailey & Simon (1960) como o iniciador da era moderna dos modelos preditivos, que consideram uma estrutura tarifária, subdividida em fatores de risco e grupos segurados.

A aplicabilidade dos novos modelos preditivos, que utilizam subdivisões de risco só foi possível com a informatização das companhias de seguro, junto com a criação de softwares estatísticos capazes de tratar os dados históricos.

Embora a modernização destes modelos tenha ajudado as companhias de seguros no processo de precificação, tornando seus preços mais competitivos, visto que melhores estimativas de risco reduzem a necessidade de grandes taxas de segurança para cobrir possíveis flutuações estatísticas, existe uma certa complexidade na sua aplicação. Segundo afirmam Goovaerts et al (1986), os dados utilizados para criação dos modelos devem ser extensos, contemplando uma grande faixa de tempo para que eventos específicos não distorção a realidade. Goovaerts et al (1986) citam algumas razões pelas quais o número de fatores de risco deve ser limitado: quanto maior o número de fatores, mais complicado e caro é a administração da seguradora; com mais fatores de risco, maior será a correlação entre eles; os fatores devem ser mensuráveis.

Apesar da constante evolução das técnicas aplicadas de modelagem de reclamações de sinistros, Booth (2004) conclui que em algumas classes de negócios os segurados e os contratos são bastantes distintos para o desenvolvimento de uma grande modelagem estatística, exigindo nesta situação a perícia dos vários profissionais envolvidos no processo de uma companhia, com a finalidade de agregar na análise atuarial de uma precificação.

Segundo Buhlmann (1970), o conceito de risco coletivo desempenha um papel decisivo na precificação, pelo fato de que as funções de distribuição de perda (severidade) e frequência para determinados riscos são desconhecidos. Buhlmann (1970) lembra que é característica do seguro a disseminação de risco dentro um coletivo. Este conceito de risco coletivo será abordado no próximo capítulo.

2.2 Tarifação

Em Buhlmann (1970) a tarifação é feita de forma mais simplificada, utilizando um único grupo de segurados, por quais têm-se dados sobre a frequência de sinistros e severidade, e com isso a distribuição agregada de sinistros pode ser derivada. Seu processo de precificação é feito utilizando alguns princípios teóricos do prêmio, conforme Ferreira (2002)

Princípio de cálculo de prêmio

i. Princípio da Equivalência: $P = E[S]$

Princípio da equivalência ou princípio do prêmio de risco, onde o prêmio cobrado é puramente estatístico.

ii. Princípio do Valor Esperado: $P = E[S] + \theta E[S] = E[S](1 + \theta)$

Também conhecido como princípio do prêmio puro, onde é acrescentado ao prêmio de risco um carregamento de segurança θ, escolhido arbitrariamente, dependendo da aversão ao risco da seguradora.

iii. Princípio da Variância: $P = E[S] + \alpha Var[S]$

Sendo (α) uma proporção da Var[s], $\alpha > 0$.

iv. Princípio do Desvio Padrão: $P = E[S] + \beta \sigma[S]$

Sendo (β) um valor arbitrário, β>0

v. Princípio da Utilidade Zero: $\mu(0) = E[\mu_1(G - S)]$

Onde (G) é o prêmio considerado bom pelo segurado, com base na sua função de utilidade, e (S) representa o valor do sinistro agregado. O prêmio que resolve esta condição de equilíbrio é chamado de prêmio de utilidade zero. Para informações mais detalhadas sobre este princípio, consultar KAAS et al. (2008).

vi. Princípio Exponencial: $P = \frac{1}{a}\ln\left(M_s(a)\right), a > 0$

Onde α é um parâmetro de aversão ao risco e $M_s(a)$ a Função Geratriz de Momentos de S no ponto (α). Este princípio é um caso particular do princípio da utilidade zero, quando a função de utilidade é: $\mu(x) = \frac{1-e^{-ax}}{a}$ $, a > 0$.

vii. Princípio do Percentil: $F_s(P) = P(S \leq P) = 1 - a,\ 0 < a < 1$

Neste princípio o prêmio é determinado de modo que exista uma probabilidade (a) do montante de sinistros (S) superar o total de prêmio puro (P).

<u>Propriedades de um princípio de cálculo de prêmios</u>

i. Carregamento de segurança não negativo. Esta primeira propriedade requer que o prêmio não seja menor que os sinistros agregados, ou seja, que a equação $P \geq E[S]$ seja satisfeita.

ii. Perda Máxima. Seja r_S o sinistro agregado individual máximo para distribuição S, ou seja, a perda máxima de um segurado, e P_{ind} o prêmio pago pelo segurado, então $P_{ind} \leq r_S$. Sem esta condição, não haveria a necessidade de seguro, dado que o prêmio pago pelo segurado seria maior que uma possível perda máxima coberta pelo seguro, conforme Dickson (2006).

iii. Consistência. Se Y = X + c, X e Y variáveis aleatórias e c uma constante, ou seja, se a distribuição de Y é a distribuição de X desviada por c unidades, então o prêmio para o risco Y deve ser igual ao prêmio para o risco X aumentado em c.

iv. Aditividade. Sejam X_1 e X_2 riscos independentes, então o prêmio para os riscos combinados é igual a soma dos prêmios dos dois riscos independentes, $P_{X_1+X_2} = P_{X_1} + P_{X_2}$.

<u>Tipos de prêmios</u>

Nessa sessão será abordado o aspecto atuarial do cálculo de prêmio, que segundo Kass et al (2008), consiste em calcular o prêmio mínimo, suficiente para cobrir possíveis perdas (sinistros), mantendo o excedente a um nível suficiente para que a carteira seja considerada estável.

Seja S, uma variável aleatória que representa o somatório das indenizações ocorridas em uma carteira de seguros (sinistros agregados), e $S_1, S_2, \dots, S_n$, uma sequência de sinistros agregados, referente aos anos de ocorrência 1, 2, ...n, temos então o valor esperado de sinistros agregados, representado por E[S], média de S. Portanto, conforme Booth (2004), temos o prêmio de risco (P), como valor esperado dos sinistros agregados, P = E[S]. Usaremos daqui em diante o termo “sinistros agregados” para se referir ao seu valor esperado E[S].

Conforme Ferreira (2002), em uma carteira de seguros os valores de sinistros observados são aleatórios e suas variações estatísticas devem ser consideradas na precificação, portanto, o prêmio deve ser definido em um nível acima dos sinistros agregados, P – E[S]> 0, sendo necessário acrescentar ao prêmio de risco (P) um carregamento de segurança (θ) para cobrir estas variações. Temos então o prêmio puro representado por (Pp). Desta forma:

$$Prêmio\ Puro = P_{tPuro} = E[S](1+\theta) \qquad (1.1)$$

O prêmio puro cumpre o aspecto atuarial do cálculo de prêmio, porém na prática este prêmio puramente atuarial considera apenas os fatores de risco envolvidos, diferente do prêmio cobrado pelas seguradoras, que precisam arcar com despesas administrativas, comissão de corretagem e obrigações com os acionistas (margem de lucro). Estes fatores são porcentagens de (Pp), onde seu somatório será o carregamento comercial, representada aqui por (α). Temos então o prêmio comercial:

$$Prêmio\ Comercial = P_{t.comerc} = \frac{Pp}{1-\alpha} \qquad (1.2)$$

Onde,

$$\alpha = Despesas\ Administrativas + Comissão\ de\ Corretagem + Margem\ de\ Lucro$$

2.3 Modelo de Risco Coletivo

O modelo de risco coletivo utiliza as informações dos sinistros agregados produzidos na carteira, sem considerar as características individuais das apólices. Bowers et al. (1997), de acordo com a teoria do risco coletivo, afirma que a soma dos valores dos sinistros (sinistro agregado), representado por S_{col}, pode ser denotada pela variável aleatória:

$$S_{col} = \sum_{i=1}^{N} X_i \qquad (1)$$

Na equação (1), X_i representa a severidade de cada sinistro i, e N é o número de sinistros produzidos em uma carteira, ambas variáveis aleatórias.

Para esta teoria, Bowers et al. (1997) assume 2 pressupostos fundamentais:

1. $X_1, X_2, \ldots X_N$ são independentes e indenticamente distribuídas, sendo:

    p(x) – Função de probabilidade de X;

    P(x) – Função de distribuição acumulada de X.

2. $X_1, X_2, \ldots X_N$ são independentes de N

Conforme explica Dickson (2006) estes dois pressupostos afirmam que a distribuição dos valores de sinistros não muda ao longo do tempo, e que a quantia de qualquer sinistro não depende da quantia de um outro. Quando a distribuição de probabilidade da variável N é uma Poisson, tem-se na variável S um Poisson composta. De maneira análoga, se N for uma Binomial, o S será uma Binomial composta.

De acordo com Dhaene & Vyncke (2002) o montante de sinistros agregados (S_{col}) pode ser inferido por meio do uso de funções geratrizes de momentos; por convoluções; por meio de fórmulas recursivas; e pelo uso de aproximações, conforme o Teorema do Limite Central.

Processo de Poisson

Um processo de Poisson pode ser definido como um processo estocástico a tempo contínuo, $\{N(t); t \geq 0\}$, onde $N(t)$ é um número inteiro que representa a quantidade de eventos até o instante t, ou dentro do contexto de seguros, a quantidade de sinistros reportados em um determinado período $[0, \text{t}]$ ou $\{N(t) - N(a); a > 0\}$

O valor esperado do número de eventos em um intervalo unitário {(a,b); b-a=1} é representado por λ, com isso $E[N(t)] = \lambda\text{t}$ e $Var[N(t)] = \lambda\text{t}$.

A função densidade de probabilidade de um processo de Poisson é dada por:

$P_n(t) = P(N(t) = n) = e^{-\lambda\text{t}} \frac{(\lambda\text{t})^n}{n!}, n = 0, 1, 2, ..$

e sua função geradora de momentos:

$$M_{N(t)}(r) = E\left(e^{tN(t)}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{tn} e^{-\lambda\text{t}} \frac{(\lambda\text{t})^n}{n!} = e^{\lambda\text{t}(e^r - 1)}$$

Sendo assim, temos os três primeiros momentos derivando a função geradora de momentos em relação à t:

i. $m'_{N(t)}(t) = \lambda\text{t}e^t e^{\lambda\text{t}(e^t - 1)}$;
ii. $m''_{N(t)}(t) = \lambda\text{t}e^t e^{\lambda\text{t}(e^t - 1)} + (\lambda\text{t}e^t)^2 e^{\lambda\text{t}(e^t - 1)}$;
iii. $m'''_{N(t)}(t) = \lambda\text{t}e^t e^{\lambda\text{t}(e^t - 1)} + 3(\lambda\text{t}e^t)^2 e^{\lambda\text{t}(e^t - 1)} + (\lambda\text{t}e^t)^3 e^{\lambda\text{t}(e^r - 1)}$;

Sendo t=0, temos os três primeiros momentos de N dados por:

i. $E[N]=\lambda$;
ii. $E[N^2(t)] = \lambda + \lambda^2$;
iii. $E[N^3(t)] = \lambda + 3\lambda^2 + \lambda^3$;

Distribuição de Poisson Composta

Voltando à equação (1), quando N possui distribuição de Poisson (λ), temos que o sinistro agregado (S) possui distribuição de Poisson Composta $(\lambda, P(x))$, representada pela seguinte função de distribuição:

$$\mathrm{F(x)} = \mathrm{P(S(t) \leq x)} = \sum_{n=0}^{\infty} F^n(x) \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!}, \qquad t \geq 0, x \geq 0,$$

onde $F^n(x) = P(\sum_{i=1}^{n} X_i \leq x)$ é a n-ésima convolução de $F_X(x)$.

A função geradora de momentos de um processo de Poisson Composto é dada por:

$$\begin{aligned} M_{S(t)}(t) &= E[E\left(e^{tS(t)} \middle| \mathrm{N(t)}\right) \\ &= \sum_n E\left(e^{tS(t)} \middle| \mathrm{N(t)}\right) P(N(t)=n) = \sum_n E\left(e^{t\sum_{k=1}^{n} X_k}\right) P(N(t)=n \\ &= \sum_n E(e^{rX})^n P(N(t)=n) = \sum_n M_x(r)^n P(N(t)=n) \\ &= E\left(M_X(t)^{N(t)}\right) = E\left(e^{N(t)\ln M_X(t)}\right) \\ &= M_{N(t)}(\ln M_X(t)) \end{aligned}$$

Substituindo a função geradora de momentos de N(t), temos que:

$$M_{S(t)}(t) = e^{\lambda t\,(M_X(t)-1)}$$

Sendo assim, temos os três primeiros momentos derivando a função geradora de momentos em relação à t:

i. $E[S(t)] = m'_{S(t)}(t) = \lambda \mathrm{E(X)},\ t = 0$;
ii. $E[S(t)^2] = m''_{S(t)}(t) = \lambda \mathrm{E(X)} + (\lambda t)^2 E^2(X),\ t = 0$;
iii. $E[S(t)^3] = m'''_{S(t)}(t) = \lambda E(X^3) + 3(\lambda t)^2 E^2(X) E(X) + (\lambda t)^3 E^3(X),\ t = 0$;

2.4 Distribuição Pareto

A distribuição Pareto é positivamente assimétrica, constituída por dois parâmetros (biparamétrica) α e θ, onde α é o parâmetro de forma e θ é o parâmetro de escala. A função de densidade de probabilidade e sua função acumulada são definidas como:

$$f_x(x) = \frac{\alpha\theta^{\alpha}}{(\theta + x)^{\alpha+1}} \quad x > 0, \qquad a > 0, \qquad \theta > 0$$

$$\mathrm{F}_X\,(X) = 1 - \left(\frac{\theta}{\theta + x}\right)^{\alpha}$$

$$X \sim Pareto\ (\theta, \alpha)$$

$$E(X) = \frac{\theta}{a - 1} \qquad a > 1$$

Com a utilização de uma franquia d (truncagem e censura à esquerda), tem-se a média de uma Pareto:

$$E(X_d) = \frac{d + \theta}{a - 1} \qquad a > 1$$

Suas demonstrações podem ser encontradas em HOGG & KLUGMAN (1984).

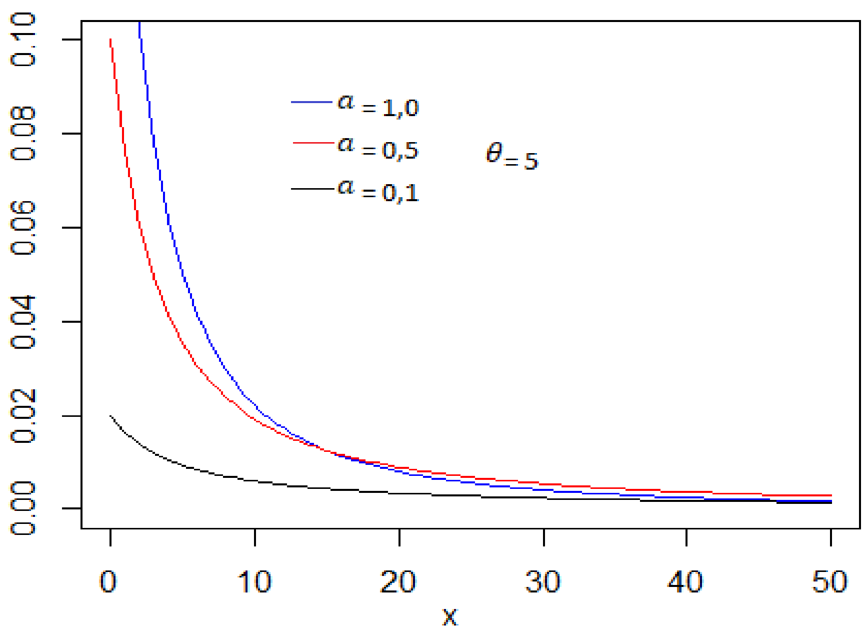

Figura 1- Gráfico da Distribuição Pareto para diferentes alfas, e parâmetro de escala $\boldsymbol{\theta}$ fixo.

3 - FRANQUIA

A maioria das distribuições dos valores de sinistros têm uma maior concentração nos pequenos valores, à esquerda das distribuições de probabilidade. As seguradoras, tendo ciência deste fato, utilizam franquias nos contratos com o intuito de reduzir a frequência de sinistros, e em alguns casos, sua severidade, sendo um importante instrumento no processo de precificação, conforme cita FERREIRA (2002).

Segundo HAREL E HARPAZ (2007), franquias são úteis na redução das despesas administrativas, excluindo do processo de regulação as pequenas indenizações. Além disso, eles afirmam que a utilização da franquia reduz o risco moral das seguradoras, que não podem medir o nível de cuidado dos segurados frente ao risco.

As franquias não são atrativas apenas para as companhias de seguros, MEYER & ORMISTON (1999) citam sua importância também para os segurados, que são compensados com prêmios mais atrativos devido a correlação negativa entre prêmio e franquia, conforme demostrado em CHENG *et al* (2011), onde são abordadas, na ótica dos segurados, estratégias de escolha de um nível ótimo de franquia. Por exemplo, decidir elevar a franquia para reduzir o valor do prêmio a um nível acessível ao orçamento, ou reduzir a franquia, tornando o prêmio mais elevado, mas transferindo maiores responsabilidades para a seguradora.

Em muitos casos, as companhias de seguro apresentam nos contratos opções de franquias que melhor se adequem ao perfil do segurado, que precisa achar um equilíbrio entre o risco assumido e o custo do seguro.

Neste trabalho a variável aleatória X_d representa a severidade das indenizações X com a aplicação da franquia (d), ou seja, X_d é uma variável aleatória X com franquia d, e λ_d é o número médio de sinistros após aplicação da franquia. Para a estimativa dos custos de seguro com franquia pode-se analisar de duas formas: observando o custo por sinistro ou observando o custo por indenização, dado que nem todos os sinistros ocorridos são indenizáveis, por exemplo, quando em um determinado sinistro, a severidade não ultrapassa o nível (d) da franquia. Neste caso, é fato que ocorreu o sinistro, porém este não é indenizável. FERREIRA (2002) demostra e conceitua os 3 tipos de franquias, conforme abaixo:

3.1 Franquia Proporcional

O segurado participa com um percentual pré-definido (K%) do valor total do sinistro. Nesta modalidade de franquia o segurado é bastante penalizado quando o valor do sinistro é elevado. FERREIRA (2002) lembra que é comum utilizar junto a franquia proporcional um limite máximo de franquia em valor absoluto, com a finalidade de minimizar o custo desproporcional do segurado.

Sejam:

λ_d – Número médio de sinistros após a aplicação da franquia;

X_d – *Variável aleatória* valor de 1 sinistro líquido da franquia;

P_d – Prêmio de risco após aplicação da franquia.

Então:

$\lambda_d = \lambda$

$X_d = (1-K)X$

$f_{X_d}(x) = f_x\left(\frac{x}{1-K}\right)$

$E[X_d] = (1-K)E[X]$

3.2 Franquia Dedutível

Nesta modalidade, o segurado participa integralmente com os sinistros que não ultrapassarem o valor da franquia dedutível (d). Para os sinistros que ultrapassarem esse limite, a seguradora indeniza o valor do sinistro, deduzindo-se o valor da franquia.

<u>Custo por Sinistro</u>

$$X_d^S = (\mathrm{X}-\mathrm{d})_+ = \begin{cases} 0, & x \le d \\ X-d, & x > d \end{cases}$$

Seu k-ésimo momento:

$$E(X_d^S) = \mathrm{E}((X-d)_+) = \int_d^{\infty}(x-d)^k f(x)dx \qquad (3.1)$$

Sua média

$$E(X_d^S) = \int_d^{\infty} (x-d)f(x)dx = \mathrm{E(X)} - E(X \wedge d)$$

Onde E(X) é o valor esperado da variável X sem modificações (truncagem e/ou censura) e $E(X \wedge d)$ é o valor esperado da variável X até a censura em d.

Custo por Indenização

Na franquia dedutível apenas os sinistros com valores acima do nível d são reportados, por serem casos indenizáveis. Aqui será usado uma distribuição condicional $(X - d|X > d)$ para estimar o custo por indenização.

Seja,

$$X_d^I = \begin{cases} 0, & x \leq d \\ X - d, & x > d \end{cases}$$

$$f_{X_d^I}(x) = \frac{f_x(x+d)}{P(X > d)} \quad x \geq 0$$

Seu k-ésimo momento:

$$E(X_d^I) = \mathrm{E}(X - d|X > d) = \frac{\int_d^{\infty} (x-d)^k f(x)dx}{P(X > d)} \qquad (3.2)$$

O custo por indenização segue média, conforme abaixo:

$$E(X_d^I) = E[X_d] = \int_d^{\infty} (x-d)\frac{f_x(x)}{P(X > d)}dx = \frac{\mathrm{E(X)} - E(X \wedge d)}{P(X > d)}$$

Sendo λ, a taxa de aviso de sinistros para a variável X, temos que a nova taxa de aviso à seguradora em uma política de franquia dedutível é dada pela probabilidade condicional dos valores de sinistros ultrapassarem o nível (d), $\lambda_d = \lambda P(X > d)$. Sendo assim, o prêmio de risco pode ser calculado multiplicando o valor esperado do custo por indenização $E(X_d^I)$ pela nova taxa de aviso λ_d, ou multiplicando o custo por sinistro $E(X_d^S)$ pela taxa de avisos não condicional λ.

$$P_d = \lambda_d E[X_d] = \lambda \int_d^{\infty} (x-d) f_x\,(x)dx$$

Sendo o prêmio de risco P, antes da aplicação da franquia dedutível, demostrada por:

$$P = \lambda \int_0^\infty (x) f_x(x) dx = \lambda E[X]$$

Pode-se observar que o prêmio de risco com franquia dedutível é inferior ao prêmio de risco sem a aplicação da franquia, pois:

$$P_d = \lambda \int_d^\infty (x-d) f_x(x) dx P \leq \lambda \int_0^\infty (x) f_x(x) dx$$

3.3 Franquia Simples

Existe certa semelhança com a franquia dedutível, pois o segurado participa integralmente com os sinistros de valores inferiores ao valor pré-definido em contrato. Porém, diferentemente da franquia dedutível, onde o segurado continua participando com um valor definido independentemente do valor da indenização, na franquia simples os sinistros que ultrapassarem o limite em contrato serão de inteira responsabilidade da seguradora.

Segundo Ferreira (2002) esse tipo de franquia aumenta o risco de fraude. Nos casos em que o valor do sinistro é menor que o limite da franquia o segurado pode agir de má fé, agravando o valor do sinistro para ultrapassar o limite da franquia, recebendo o valor total do sinistro.

<u>Custo por sinistro</u>

Seja,

$$X_d = \begin{cases} 0, & x \leq d \\ X, & x > d \end{cases}$$

$$f_{X_d}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq d \\ \dfrac{f_x(x)}{P(X > d)}, & x > d \end{cases}$$

O custo por indenização segue média, conforme abaixo:

$$E(X_d^S) = \int_d^{\infty} (x) f(x) dx = \int_d^{\infty} (x-d) f(x) dx + \mathrm{d} \int_d^{\infty} (x) f(x) dx$$
$$= \mathrm{E}((X-d)_+) + d[\mathrm{P}(\mathrm{X} > \mathrm{d})$$

<u>Custo por Indenização</u>

Semelhante a franquia dedutível, o custo por indenização em uma franquia simples segue como uma distribuição condicional $(X - d|X > d)$ para estimar apenas os casos indenizáveis.

$$E(X_d^I) = \int_d^{\infty} (x) \frac{f_x(x)}{P(X > d)} = \frac{\mathrm{E(X)} - E(X \wedge d)}{P(X > d)} + d$$

Analogamente à franquia dedutível, temos:

$$\lambda_d = \lambda P(X > d)$$

$$P_d = \lambda_d E(X_d^I) = \lambda \int_d^{\infty} (x) f_x\,(x) dx$$

O prêmio de risco com franquia simples é inferior ao prêmio de risco sem a aplicação da franquia, pois:

$$P = \lambda \int_0^{\infty} (x) f_x\,(x) dx \geq \lambda \int_d^{\infty} (x) f_x\,(x) dx$$

3.4 Taxa de Eliminação de Perda - LER

Conforme abordado, franquias são limitadores de cobertura, que impactam diretamente na precificação. O segurado e as seguradoras optam por eliminar coberturas para pequenas perdas, e o efeito desta exclusão é medido através de uma taxa de eliminação de perda, LER (do inglês “loss elimination ratio”), denominado por Hogg & Klugman (1984) como proporção da quantidade de perdas eliminadas, em uma determinada política de franquia, conforme abaixo:

$$LER = \frac{E[X; d]}{E[X]}$$

$$E[X; d] = Quantidade\ de\ perda\ eliminada$$

Temos então um novo prêmio puro, para contratos com franquia, dado pela multiplicação do prêmio puro, sem a utilização de franquia, com a “parcela” do risco ainda coberta:

$$P_d = \mathrm{P}(1 - \mathrm{LER})$$

4 - RESULTADO E DISCUSSÃO

<u>Descrição da Análise</u>

No presente capítulo serão apresentadas comparações entre as duas principais políticas de franquia utilizadas no mercado segurador, franquias dedutíveis e simples. O modelo proposto visa mensurar os impactos da franquia na precificação, demostrando o comportamento da severidade, frequência de sinistros, taxa de eliminação de perda, entre outros. Para que fosse possível a realização destas comparações, foi necessário a simulação de uma carteira de seguros.

A aplicação do modelo será feita utilizando dados simulados com auxílio do software estatístico R. Para precificação será considerado o modelo de risco coletivo, com valores de sinistros conforme uma distribuição Pareto, com parâmetros de forma e escala dados por α e θ, e o número de sinistros com distribuição Poisson (λ).

4.1 Dados Simulados

Primeiramente, foram simulados os valores de sinistros (X) com média de R$ 4.000, seguindo uma distribuição Pareto ($\theta = 4.000, \alpha = 2$), θ e α, parâmetros de escala e forma, respectivamente. Atribuindo a taxa de aviso de sinistro λ = 500, e assumindo que os dados gerados correspondem a uma carteira de seguros sem utilização de políticas de franquia, temos os dados distribuídos, conforme visualizado na figura 2.

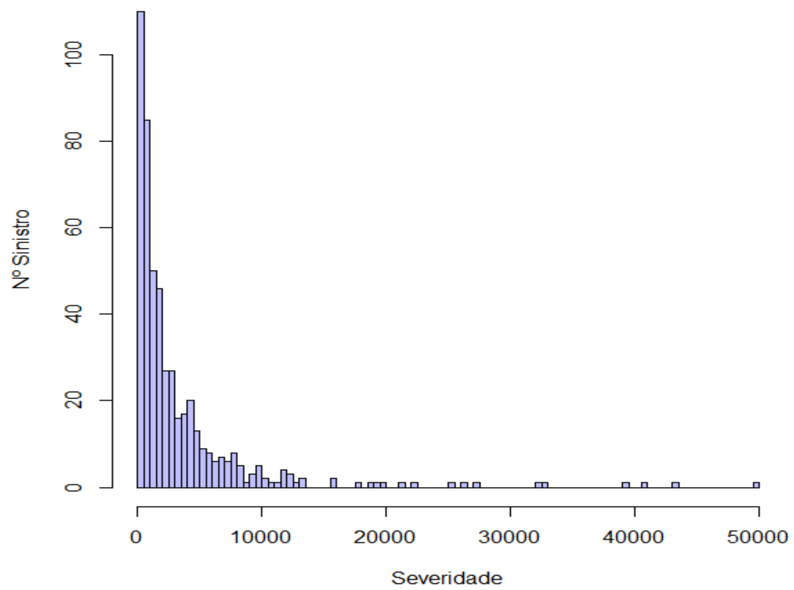

Figura 2 – Histograma dos valores de sinistros sem franquia.

Após dados gerados, foram simuladas políticas de franquias dedutíveis e simples, ambas com nível de franquia (d) de R$ 500,00.

Dado que a probabilidade de os sinistros observados ultrapassarem a franquia (d) é $\mathrm{P}(\mathrm{X} > 500) = 79\%$, o número médio de sinistros reportados será: $\lambda_{d=}\lambda P(X > 500) = 500(0{,}79) = 395$. Uma redução de 21% na frequência de sinistros.

Tabela 1 Resultados por cenário

Cenário	λ_d	$E(X_d^I)$	$E[S_d] = \lambda_d\, E(X_d^I)$	*LER*
Sem Franquia	500	4.000	2.000.000	-
Dedutível	395	4.500	1.777.500	11,1%
Simples	395	5.000	1.975.000	1,2%

A tabela 1 descreve o número médio de sinistros (λ_d), valor esperado por indenização $E(X_d^I)$, valores agregados de sinistros $E[S_d]$ e a taxa de eliminação de perda (LER), para um cenário de uma carteira sem a utilização de franquia, com franquia dedutível e simples. Na ótica de uma seguradora que deseja reduzir riscos é possível observar uma vantagem na escolha de uma franquia dedutível em detrimento aos demais, ou até mesmo para um segurado que procure maiores descontos nos valores de prêmio, vide redução significativa dos sinistros agregados e com isso uma expressiva taxa de eliminação de perda.

Ao analisar o $E(X_d^I)$ é importante lembrar que as políticas de franquias expurgam as pequenas indenizações $X \leq d$, que “puxam” o valor esperado de indenizações para baixo. Isso explica as elevações na média de valores indenizáveis, conforme visto na tabela 1, porém não indica uma elevação no risco, dada a redução no número de avisos.

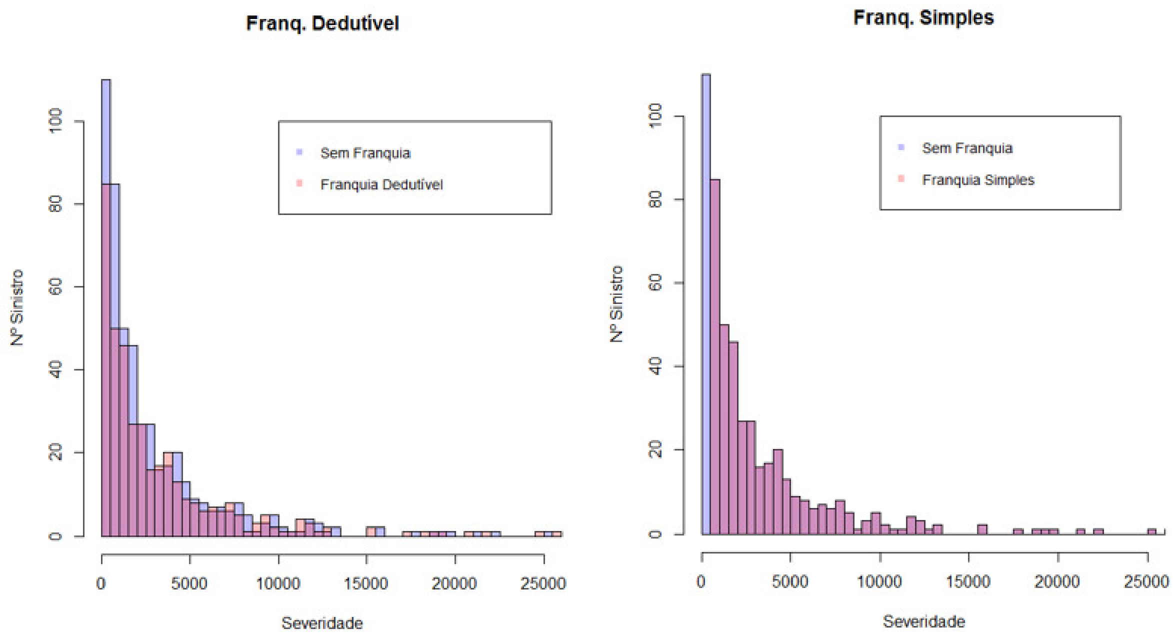

Figura 3 - Histogramas sobrepostos

A figura 3 mostra de forma objetiva algumas constatações: ao analisar o comportamento dos sinistros com a utilização de franquia, observa-se, para franquia dedutível, uma redução na frequência e nos valores de sinistros, em todas as faixas de severidade. Para a franquia simples constata-se apenas uma eliminação dos sinistros com indenizações iguais ou inferiores a “d”, não impactando no comportamento das faixas superiores.

4.2 Influência da franquia

Como em qualquer ramo de negócio, onde existe perfis diferentes de clientes, e consequentemente demandas distintas, algumas empresas ofertam mais de uma opção de produto ou serviço. O mesmo acontece no contexto de seguro, onde as seguradoras oferecem mais de uma opção de franquia a fim de aproximar o produto ofertado (contrato de seguro) às preferências individuais do segurado, conforme Hanna (1989).

Na seção 1, frequência e severidade de uma carteira foram analisadas sob 3 cenários: sem utilização de franquia; com franquia dedutível; e com franquia simples, para um valor fixo de franquia (d). Na presente seção, será analisado o impacto de alterações nos níveis de (d) para as duas políticas estudadas neste capítulo, sendo as variáveis de interesse: Taxas de Eliminação de Perda (LER), Valor Esperado por Sinistro

($E[X_d]$) e Prêmio Puro Individual (Pp), atribuindo um carregamento de segurança θ igual a zero e a quantidade de riscos expostos igual ao número de segurados.

$$P_p = \frac{\lambda E(X_d^S)}{Núm.\, de\ segurados}(1+\theta)$$

As simulações foram feitas com uma franquia inicial igual a zero, acrescentando R$250 reais até o valor final de R$2.000, conforme tabela abaixo:

Tabela 2 Valores referentes às Taxas de Eliminação de Perda (LER), Valor Esperado por Sinistro ($\boldsymbol{E(X_d^S)}$) e Prêmio Puro Individual (Pp), para as políticas dedutíveis e simples.

Franquia (d)	**Dedutível**			**Simples**		
	LER	$E(X_d^S)$	**Pp**	**LER**	$E(X_d^S)$	**Pp**
-	0,0%	4.000	R$ 400	0,0%	4.000	R$ 400
250	5,9%	3.765	R$ 376	0,4%	3.986	R$ 399
500	11,1%	3.556	R$ 356	1,2%	3.951	R$ 395
750	15,8%	3.368	R$ 337	2,5%	3.900	R$ 390
1.000	20,0%	3.200	R$ 320	4,0%	3.840	R$ 384
1.250	23,8%	3.048	R$ 305	5,7%	3.773	R$ 377
1.500	27,3%	2.909	R$ 291	7,4%	3.702	R$ 370
1.750	30,4%	2.783	R$ 278	9,3%	3.629	R$ 363
2.000	33,3%	2.667	R$ 267	11,1%	3.556	R$ 356

Conforme esperado, pode-se observar na tabela 2 que elevações nos níveis de franquia reduzem o valor esperado por sinistro, aumentando a LER, e consequentemente, reduzindo o Prêmio Puro cobrado pela seguradora. Apesar de constatar este mesmo comportamento em ambas as franquias analisadas, as variações nos níveis de franquia têm pesos distintos nas variáveis de interesse. Na secção 4.3 estes pesos serão medidos utilizando uma fórmula bastante presente para medição de sensibilidade de variáveis: a elasticidade.

4.3 Elasticidade do Prêmio em relação a Franquia

Elasticidade mede o impacto que uma alteração de uma determinada variável exerce sobre outra. Segundo Vasconcellos (2004), sempre que houver uma relação entre variáveis em economia, pode-se calcular a elasticidade. Como por exemplo, a elasticidade-preço da demanda, utilizada no âmbito da microeconomia, onde mede-se a sensibilidade da demanda, dada uma variação percentual no preço de um bem, demostrada em Vasconcellos (2004):

$$Epp = \frac{variação\ percentual\ da\ demanda}{variação\ percentual\ do\ preço}$$

Pode-se classificar a demanda como elástica, quando $|Epp| > 1$, inelástica, para $|Epp| < 1$, ou unitária, quando $|Epp| = 1$. Aqui, entretanto, não foi aplicado este conceito de classificação, tendo em vista que a variação nos níveis de franquia é proporcionalmente muito maior que sua respectiva variação no prêmio, devido à natureza probabilística desta variável, e não apenas econômico-financeira. Sua elasticidade será sempre maior que 1 (classificada como inelástica). Este fato pode ser observado, conforme tabela 2, onde a variação no nível da franquia de 500 para 1.500 (200%) resulta na redução do prêmio puro de R$ 356 para R$ 291 (-18%) na política de franquia dedutível, e uma redução de R$ 395 para R$ 370 (-6%) na franquia simples. Conforme definições, e evidenciado na figura 3 abaixo, franquia e prêmio são negativamente correlacionadas. Sendo assim, sua elasticidade será sempre negativa, $Epp < 0$.

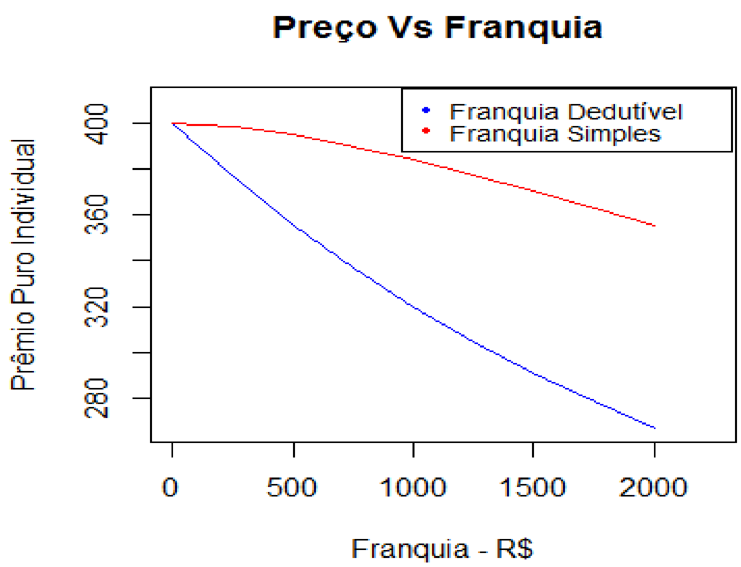

Figura 4 – Relação entre o preço puro individual e a franquia.

O cálculo da elasticidade-preço da demanda, exposto em Vasconcellos (2004) foi adaptado ao contexto mais específico de seguros, trocando as variáveis Preço e Demanda por Franquia (d) e Prêmio, denominando-se elasticidade-prêmio de franquia dedutível (Ep_d) com a finalidade de medir a sensibilidade do prêmio puro, dada alterações nos níveis de franquia dedutível, e de maneira análoga, o cálculo para elasticidade-prêmio de franquia simples (Ep_s), onde estas elasticidades foram relacionadas entre si, através da razão:

$$\partial = \frac{Ep\_d}{Ep\_s}$$

$$\partial > 1\, , Franquia\ simples\ \text{é}\ mais\ inelástica$$

$$\partial < 1\, , Franquia\ dedutível\ \text{é}\ mais\ inelástica$$

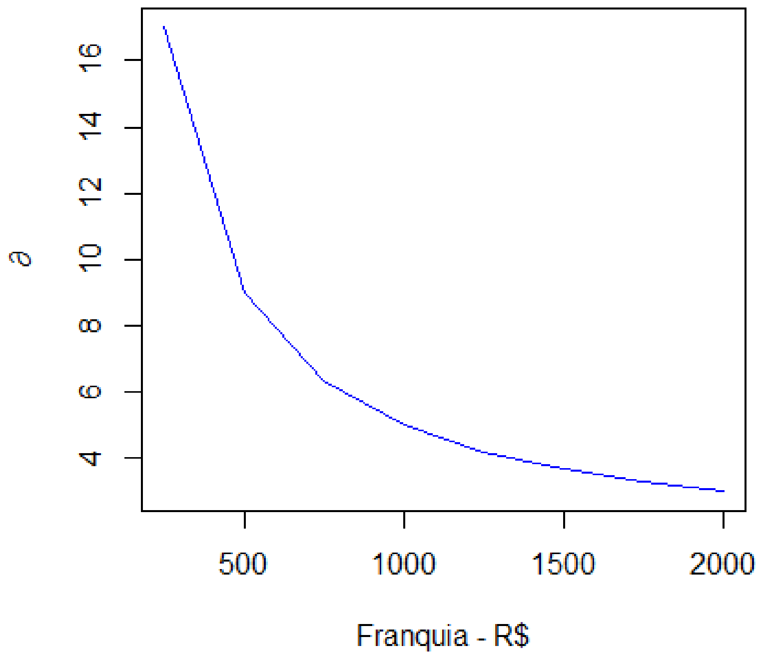

Figura 5 – Razão Elasticidade Franquia Dedutível / Elasticidade Franquia Simples

Nota-se, pela razão das elasticidades, que comparado com franquia dedutível, a franquia simples é expressivamente mais inelástica, ou seja, seu prêmio puro é menos sensível às alterações nos valores de franquia.

4.4 Influência da dispersão dos dados.

Na presente subseção, foi avaliado o comportamento da taxa de eliminação de perda (LER) para diferentes dispersões em uma distribuição Pareto, onde foi considerado o coeficiente de variação (CV) como medida de dispersão. Foram simulados valores de sinistros (X) para diversos parâmetros de forma (α) e escala (θ), mantendo-se fixo em 4.000 o valor esperado da variável (E[X]). Exemplo:

$$E[X]' = \frac{\theta}{\alpha-1} = \frac{4.000}{2-1} = E[X]'' = \frac{12.000}{4-1} = 4.000.$$

A distribuição de probabilidade inicial segue uma Pareto ($\theta = 4.000, \alpha = 2$), com interações até uma Pareto ($\theta = 12.000, \alpha = 4$), onde foi calculado o CV a cada nova interação, observando-se uma tendência de redução dos coeficientes com as elevações dos parâmetros, conforme evidenciado na figura 3.

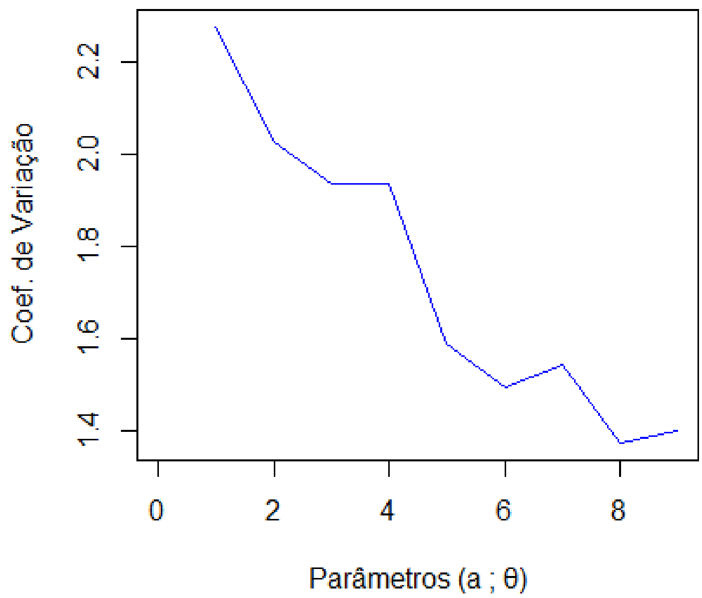

Figura 6 – Coeficientes de Variação para cada interação (aumento dos parâmetros)

Calculando as taxas de eliminação de perda para os diferentes parâmetros, e relacionando com os CV, observamos uma relação inversamente proporcional do LER com o CV nas franquias dedutíveis, e diretamente proporcional para as políticas de franquias simples, evidenciando que o aumento da dispersão de uma variável aleatória X

impacta positivamente na redução de risco em uma franquia simples, aumentando a LER de uma seguradora. Através da figura 7 é possível observar essas relações.

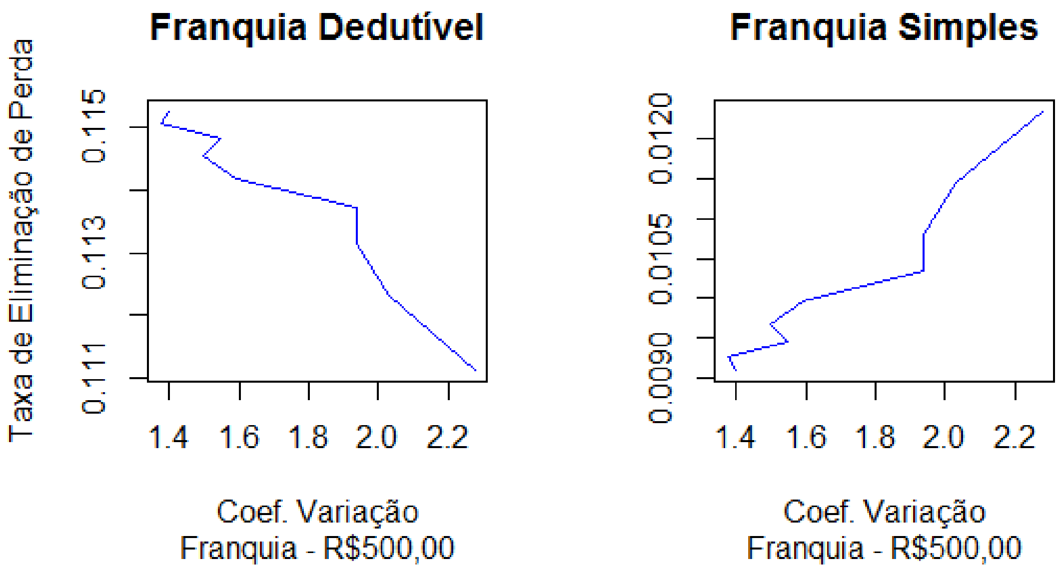

Figura 7 – Relações LER x CV

4.5 Resultado Operacional

Na seção 4.2 foram avaliados os prêmios puros individuais e os valores esperados por sinistro para diferentes níveis de franquias dedutíveis e simples. Nesta presente seção serão analisados os valores agregados de sinistros ocorridos, o total de prêmios ganhos e o custo de regulação de sinistros. Para simplificação da análise, considera-se o prêmio ganho igual ao prêmio comercial, que será calculado aplicando um carregamento comercial (a) de 25% sobre o prêmio puro;

$$\mathrm{E}[\mathrm{S_d}] = \lambda_d E(X_d^I)$$

$$P_{tPuro} = \lambda_d E(X_d^I)(1+\theta), \qquad \theta = 0$$

$$P_{t.comerc} = \frac{P_{tPuro}}{(1-a)}, \qquad a = 25\%$$

Inicialmente será considerado para os custos de regulação de sinistros um percentual de 5% sobre o valor esperado de sinistro na carteira, $\mathrm{E}[\mathrm{X}] = 4.000$, onde o valor total de regulação é dado por $C_{t.regulação}$, que estará condicionado a quantidade de sinistros indenizáveis, $P(X > d)\lambda$:

$$C_{t.regulação} = 5\%. \mathrm{E}[\mathrm{X}] P(X > d)\, \lambda$$

Em termos de resultado operacional, de forma simplificada, temos os prêmios ganhos $P_{t.comerc}$ menos os sinistros agregados $\mathrm{E}[\mathrm{S_d}]$ e os custo total de regulação de sinistros $C_{t.regulação}$:

$$Res_{oper} = P_{t.comerc} - \mathrm{E}[\mathrm{S_d}] - C_{t.regulação}$$

Tabela 3 Resultado operacional para diferentes níveis de franquia.

Franquia (d)	Dedutível				Simples			
	$P_{t.comerc}$	$\mathrm{E}[\mathrm{S_d}]$	$C_{t.regulação}$	Res_{oper}	$P_{t.comerc}$	$\mathrm{E}[\mathrm{S_d}]$	$C_{t.regulação}$	Res_{oper}
0	2.666.650	2.000.000	100.000	566.650	2.666.650	2.000.000	100.000	566.650
250	2.509.800	1.882.355	89.000	538.445	2.657.450	1.993.080	89.000	575.370
500	2.370.350	1.777.780	79.000	513.570	2.633.750	1.975.310	79.000	579.440
750	2.245.600	1.684.210	71.000	490.390	2.600.200	1.950.140	71.000	579.060
1000	2.133.350	1.600.000	64.000	469.350	2.560.000	1.920.000	64.000	576.000
1250	2.031.750	1.523.810	58.000	449.940	2.515.500	1.886.620	58.000	570.880
1500	1.939.400	1.454.545	53.000	431.855	2.468.300	1.851.240	53.000	564.060
1750	1.855.050	1.391.305	48.000	415.745	2.419.650	1.814.745	48.000	556.905
2000	1.777.800	1.333.335	44.000	400.465	2.370.350	1.777.780	44.000	548.570

Na tabela 3 pode-se observar que o resultado operacional para as políticas de franquias dedutíveis decresce de maneira mais acentuada, se comparada à franquia simples. Esta constatação converge com as análises da seção 4.3, onde é observado um comportamento mais elástico (sensível às variações) nas franquias dedutíveis. Ainda na tabela 3 foi constatado reduções no custo total de regulação com o aumento do nível d, sendo esse comportamento justificado pela redução da probabilidade de um segurado reportar um sinistro que ultrapasse a franquia.

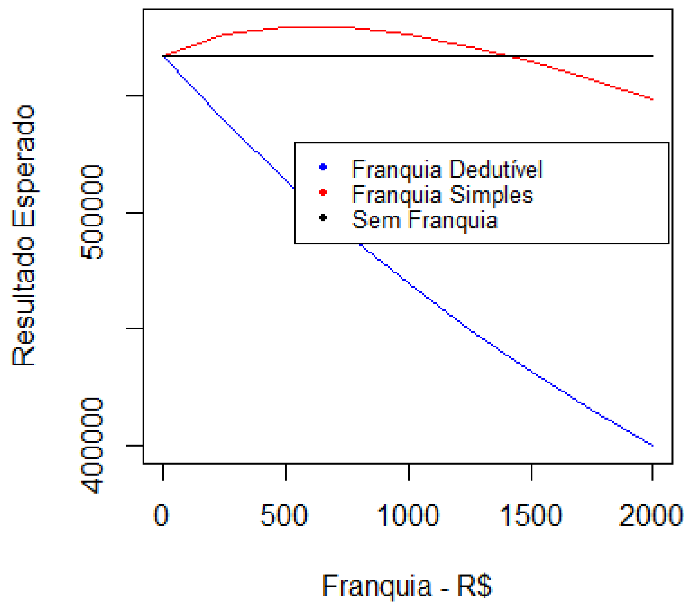

Figura 8 Resultados por franquia

A figura 8 demonstra através de gráfico os resultados observados na tabela 3. Para analisar o comportamento do resultado esperado em diferentes custos de regulação, considera-se novos cálculos com os percentuais de regulação em 0%, 5%, 10%, 20%, sendo os resultados demonstrados na figura 9.

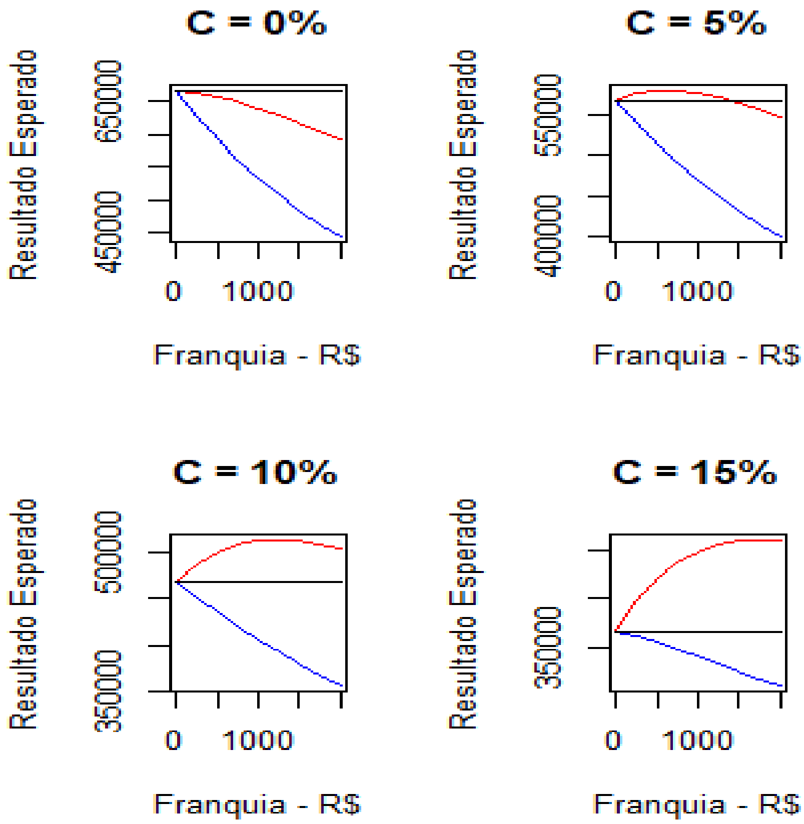

Figura 9 - Resultado Esperado, para diferentes custos de regulação 'C'

Conforme observado na figura acima, as políticas de franquias tornam-se mais vantajosas com o aumento do custo de regulação, vide aproximação dos resultados das franquias dedutíveis (linha azul) com os resultados sem utilização de franquia (linha preta), e a elevação acentuada dos resultados da franquia simples (linha vermelha).

4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Então, foram constatadas reduções significativas na frequência de sinistros e valores de indenizações, e, através de testes para diferentes níveis de franquia, sendo a variável resposta o preço de seguro, foi constatada a inversa proporcionalidade entre as variáveis prêmio e franquia. Nas políticas de franquia simples foi observado um comportamento mais inelástico com alterações no preço do seguro, sendo as duas políticas analisadas com elasticidade positiva. Para a LER, observou-se diferenças significativas entre as políticas, quando alterada a dispersão dos dados. Nas franquias dedutíveis o aumento da dispersão de uma Pareto reduziu a LER, comportamento oposto às franquias simples, onde a LER cresceu com a dispersão. Contudo, esta afirmação só é verdadeira se a alteração da dispersão da variável aleatória X impactar os valores observados em $X \leq d$, dado que nas franquias simples não há alterações em X>d.

No resultado operacional simplificado, utilizando apenas os sinistros agregados e o total de prêmios ganhos, foram obtidos os melhores resultados nas franquias simples, em todos os níveis de d. Esta última constatação é um exemplo de um clássico conceito econômico, que afirma que maiores riscos exigem maiores retornos, em uma decisão racional. Apesar das diferenças apontadas entre as variáveis analisadas das duas franquias estudadas, os seus impactos no resultado de uma companhia de seguros existem, porém demonstram ser irrelevantes para uma possível insolvência, entretanto ainda são necessárias análises mais aprofundadas para afirmações conclusivas sobre o tema.

6- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAILEY, R.A. and L.J. SIMON: Two studies in automobile insurance rate making, Astin Bulletin, vol. I, pp. 192-217, 1960.

BOTELHO, E. Teoria Da Ruína: Uma Abordagem sobre o Modelo de Cramer-Lundberg. Monografia (Graduação em Ciências Atuariais) – Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2015.

BOOTH, P., Chadburn, R., Haberman, S., James, D., Khorasanee, Z., Plumb, R.H., & Rickayzen, B., Modern Actuarial Theory and Practice, Chapman and Hall, 2nd ed. 2005.

BOWERS, N.L. JR., GERBER, H.U., HICKMAN, J.C., JONES, D.A., & NESBIT, C.J., Actuarial Mathematics. 1nd ed. Itasca, Illinois, USA: Society of Actuaries, 1986.

BÜHLMANN, H., Mathematical Methods in Risk Theory. New York, N.Y.: Springer-Verlag, 1970.

CHENG, M. Y., PENG, H. S., Wu, Y. W., LIAO, Y. H., Decision making for contractor insurance deductible using the evolutionary support vector machines inference model, National Taiwan University of Science and Technology, Taiwan, 2011.

CHIAPPORI, PIERRE-ANDRI., & HECKMAN, James J. Testing for Moral Hazard Using Dynamic Data. Manuscript. Chicago: Univ. Chicago, Dept. Econ., 1999.

DICKSON, D. C., Insurance Risk and Ruin, Cambridge University Press, Cambridge,2006.

FINKE, Anna, et al. Em Debate,3: Prêmio, Risco, Resseguro. Rio de Janeiro: Funenseg, 2001.

FREES, E.W., and R.A. Derrig (eds.). “Predictive Modeling Applications in Actuarial Science” Volume 1, Predictive Modeling. New York: Cambridge University Press, 2014.

G. W. de Wit (auth.), M. Goovaerts, F. de Vylder, J. Haezendonck (eds.)-Insurance and Risk Theory-Springer Netherlands, 1986.

HALLIN, M. and J. -F. INGENBLEEK, Tariff construction: principles and methods; Paper presented at the XVI-th Astin Colloquium, Louvainx, 1982.

HANNA, S. Risk Aversion and Optimal Insurance Deductibles. American Council on Consumer Interests Proceedings, 141-147. Winner of Applied Consumer Research Award, 1989.

HAREL, A. & HARPAZ, G. Fair actuarial values for deductible insurance policies in the presence of parameter uncertainty, International Journal of Theoretical and Applied Finance Vol. 10, No. 2, 389–397, 2007.

KAAS, Rob, et al., Modern actuarial risk theory: using R. Vol. 128. Springer Science & Business Media, 2008.

M.J. GOOVAERTS, F. de VYLDER, J. HAEZENDONCK, Insurance Premiums. North-Holland, 1984.

MARTINS, Guilherme.N, et al. Estimação do Risco Moral no Mercado de Seguros de Automóveis do Estado de Pernambuco. Revista Economia e Desenvolvimento, n. 20, 2008.

MEYER, J., ORMISTON, M. B., Analyzing the Demand for Deductible Insurance, Journal of Risk and Uncertainty, pp. 223-230, 1999.

MIKOSCH, Thomas. Non-life Insurance Mathematics: An Introduction with Stochastic Processes. Berlin: Springer-Verlang, 2006.

PENTIKAINEN, T. and J. RANTALA, Solvency of insurers and equalization reserves; vol. I and II, Insurance Publishing Cy, Ltd., Helsinki, 1982.

R. V. Hogg, S. A. Klugman, Loss Distributions. New York: John Wiley & Sons, 1984.

SCHMITTER, H. and E. STRAUB, How to find the right subdivision into tariff classes?. Astin Bulletin, vol. VIII, no 2, pp. 257-263, 1975

SHIRYAEV, A., N. Essentials of stochastic finance, Advanced Series on Statistical Science Applied Probability 3nd ed. Singapore: World Scientific, 1999.

TSE, Y2. Nonlife Actuarial Models: Theory, Methods and Evaluation. International Series on Actuarial Science. Cambridge University Press, 1st edition, 2009.

VASCONCELLOS, M. A. S. Economia Micro e Macro. São Paulo: Atlas, 2004.