

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS E ATUARIAIS

HELENA CRISTINA SOARES LOURENÇO

ANÁLISE DA VARIABILIDADE DO PASSIVO ESTOCÁSTICO
ATUARIAL DAS ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA
COMPLEMENTAR

RECIFE, 2013.

HELENA CRISTINA SOARES LOURENÇO

**ANÁLISE DA VARIABILIDADE DO PASSIVO ATUARIAL ESTOCÁSTICO
DAS ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Ciências Atuariais da Universidade Federal de Pernambuco para obtenção do título acadêmico de bacharel, sob a orientação do Professor Cícero Dias.

Recife, 2013

HELENA CRISTINA SOARES LOURENÇO

**ANÁLISE DA VARIABILIDADE DO PASSIVO ATUARIAL DAS
ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR**

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado como parte dos requisitos para obtenção do título acadêmico em Ciências Atuariais, no Centro de Ciências Sociais Aplicadas na Universidade Federal de Pernambuco.

Recife, 06 de Maio de 2013.

Prof. Cícero Dias

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Maurício Assuero

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Alessandro Henrique

Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Albino e Flávia, por todos os esforços e sacrifícios realizados em prol da educação dos filhos.

Ao professor Cícero Dias pelo excelente trabalho de orientação e por seu incentivo em todas as fases deste trabalho.

Deixo meus agradecimentos a todos que, direta ou indiretamente, me ajudaram a preparar este trabalho desde o seu planejamento até sua conclusão.

RESUMO

Este trabalho tem como finalidade apresentar uma introdução ao modelo de cálculo do passivo atuarial estocástico a partir da Simulação de Monte Carlo para que, no futuro os compromissos da Entidade Fechada de Previdência Complementar possam ser honrados. Para a realização das simulações, foram consideradas como variáveis as probabilidades de morte/invalidez e os valores das reservas matemáticas. Foi acrescentado também, o cálculo da reserva pelo método tradicional. A partir das simulações, foi possível obter a distribuição de probabilidade empírica do passivo atuarial, observar a variabilidade dessas reservas matemáticas com o intuito de investigar a incerteza relacionada às obrigações com os pagamentos de benefício.

Palavras Chaves: Reserva Matemática Estocástica, Simulação de Monte Carlo.

ABSTRACT

This paper aims to provide an introduction to the model calculation of the actuarial liability from the stochastic Monte Carlo Simulation, for that future commitments of funds pension can be honored. To perform the simulations, the considered variables were the odds of death / disability and the values of mathematical reserves. The reserve calculation by the traditional method was also added. From the simulations, it was possible to obtain the distribution probability of the empirical actuarial liabilities, observe the variability of these mathematical reserves in order to investigate the uncertainty related to obligations with the benefit payments.

Key words: Mathematical Reserves Stochastic, Monte Carlo Simulation

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1 OBJETIVOS GERAIS	12
1.1.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
1.1.3 METODOLOGIA	12
1.2 ESTRUTURA DO SISTEMA PREVIDENCIÁRIO BRASILEIRO.....	13
1.2.1 BREVE HISTÓRICO DA PREVIDÊNCIA NO BRASIL	14
1.2.1.1 PREVIDÊNCIA PÚBLICA	14
1.2.1.2 PREVIDÊNCIA PRIVADA.....	16
1.2.3 SITUAÇÃO ATUAL DOS FUNDOS DE PENSÃO	17
2. REVISÃO DA LITERATURA:.....	20
2.1 CARACTERÍSTICAS DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR FECHADA	20
2.2 PREMISSAS ATUARIAIS.....	20
2.3 TIPOS DE BENEFÍCIOS	22
2.4 REGIME FINANCEIRO	23
2.5 TIPOS DE PLANOS	25
2.6 CÁLCULOS DO PASSIVO ATUARIAL PELO MÉTODO DETERMINÍSTICO.....	27
2.6.1 RESERVA MATEMÁTICA DE BENEFÍCIOS CONCEDIDOS.....	27
2.6.1.1 BENEFÍCIOS CONCEDIDOS DE APOSENTADORIA	28
2.6.1.2 BENEFÍCIOS CONCEDIDOS DE PENSÃO	29
2.6.1.3 VALOR PRESENTE ATUARIAL AGREGADOS DOS BENEFÍCIOS CONCEDIDOS – VPAABC.....	30
2.6.2 RESERVA MATEMÁTICA DOS BENEFÍCIOS A CONCEDER	30
2.6.2.1 BENEFÍCIOS A CONCEDER DE APOSENTADORIA PROGRAMADA	31
2.6.2.2 BENEFÍCIOS A CONCEDER DE APOSENTADORIA POR INVALIDEZ	32
2.6.2.3 BENEFÍCIOS A CONCEDER DE PENSÃO POR MORTE.....	33
2.6.2.4 VALOR PRESENTE ATUARIAL AGREGADO DOS BENEFÍCIOA A CONCEDER - VPAABAC.....	37
2.7 VALOR DA RESERVA MATEMÁTICA TOTAL - RMT	37
3. CÁLCULO DO PASSIVO ATUARIAL PELO MÉTODO ESTOCÁSTICO	37
3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS RESULTADOS.....	41
4. CONCLUSÃO	46

LISTA DE TABELA:

Tabela 1: Características da Previdência Complementar	18
Tabela 2: As dez EFPC's com maior patrimônio	19
Tabela 3: Estatística descritiva do banco de Dados.....	42
Tabela 4: Valores da Reserva Matemática calculado pelo Método Determinístico.....	43
Tabela 5: Estatística Descritiva da R.M. Estocástica	46

LISTA DE FIGURA:

Figura 1: Estrutura do Sistema Previdenciário Brasileiro.	13
Figura 2: Esquema Regime de Capitalização	24
Figura 3: Fluxograma de Benfício Concedido de Aposentadoia.....	28
Figura 4: Fluxograma de Benfício Concedido de Pensão.....	29
Figura 5: Fluxograma de Benefício a Conceder de Após. Programada	31
Figura 6: Fluxograma de Benfício a Conceder de Após. Por Invalidez	32
Figura 7: Fluxograma de Benfício a Conceder de Pensão por Morte	33
Figura 8: Árvore de Probabilidade dos segurados ativos	39
Figura 9: Esquema de comparação entre randômico e a taxa de probabilidade.....	39
Figura 10: Árvore de Probabilidade dos segurados inativos	40
Figura 11: Esquema de comparação entre randômico e a taxa de probabilidade.....	40
Figura 12: Pirâmide etária referente ao banco de dados.....	41
Figura 13: Histograma da Reserva Matemática dos Inativos pelo Método Estocástico	43
Figura 14: Histograma da Reserva Matemática dos Ativos pelo Método Estocástico...	44
Figura 15: Histograma da Reserva Matemática Total pelo Método Estocástico	45

LISTA DE EQUAÇÃO:

Equação 1: VPABC Aposentadoria	28
Equação 2: VPABC pensão	29
Equação 3: VPAABC.....	30
Equação 4: VPABAC Apos.Prog	32
Equação 5: VPABAC Invalidez	31
Equação 6: VPABAC PensãoAtivo	32
Equação 7: VPABAC PensãoInativo	34
Equação 8: VPABAC PensãoInválido	35
Equação 9: VPABAC PesãoAssist	36
Equação 10: VPAABAC.....	37
Equação 11: RMT.....	37

1. INTRODUÇÃO

As Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EPFC’s são entidades sem fins lucrativos, conhecidas também como Fundo de Pensão, constituídas por uma empresa ou por uma entidade de classe sindical, cuja finalidade principal é a concessão de benefícios de caráter previdenciário. Esses fundos tem papel essencial para a qualidade de vida da população, pois complementa a renda após sua vida laboral, fazendo com que o padrão de vida dos participantes dessas entidades se mantenha praticamente constante. Além do mais, os fundos de pensão são também provedores de grande magnitude dos investimentos na economia, seus recursos são aplicados em diferentes setores da economia tais como industrial, imobiliário e serviços fomentando desenvolvimento e progresso.

A fim de garantir a finalidade dos fundos de pensão, é necessário um acompanhamento rigoroso dos diversos riscos que envolvem seus ativos e passivos. Dentre os riscos que envolvem essas entidades de previdência, destaca-se o componente biométrico utilizado nos cálculos atuariais e a taxa de juros. Os riscos biométricos estão relacionados à sobrevida dos participantes de um plano de previdência e estes devem ser analisados ano após ano com o intuito de observar se a esperança de sobrevida da massa está efetivamente representada pelas tábuas biométricas selecionadas para o cálculo das obrigações ou reservas matemáticas.

Por tanto, garantir a solvência futura das EFPC é o grande desafio dos fundos de pensão, principalmente para aqueles que administram planos de benefício definido-BD. Torna-se cada vez mais necessário investigar a incerteza relacionada principalmente às obrigações com o pagamento de benefícios, pois as variações no comportamento das expectativas de vida dos participantes representam alto risco para o fundo de pensão, para a patrocinadora e para os participantes. Logo, é importante a utilização de novas ferramentas que proporcionem aos gestores maiores informações e subsídios na tomada de decisão.

Assim sendo, o foco deste trabalho é desenvolver uma aplicação prática de mensuração dos compromissos de um plano de benefícios previdenciários através de simulação de Monte Carlo aplicada à variável de sobrevivência, através dos valores de

probabilidade de morte/invalidez por idade coletados nas tábuas de mortalidade consideradas.

1.1 OBJETIVOS GERAIS

O presente trabalho tem como proposta mensurar o passivo atuarial estocasticamente, com o intuito de se obter a distribuição de probabilidade empírica desta variável aleatória.

1.1.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar a variabilidade do passivo atuarial estocástico.
- Obter as estatísticas descritivas dos resultados;
- Obter o valor da reserva dado um percentual de confiabilidade;

1.1.3 METODOLOGIA

Este trabalho foi construído através das seguintes etapas:

- Revisão bibliográfica sobre o Sistema Previdenciário Brasileiro;
- Revisão bibliográfica sobre as características das EFPC;
- Descrição do cálculo do passivo atuarial pelos métodos determinísticos e estocásticos;
- Apresentação dos resultados obtidos do passivo atuarial através de Simulação de Monte Carlo e pelo método determinístico.

Para a simulação do passivo atuarial pelo método estocástico e pelo método determinístico, foi utilizado um banco de dados fornecido por um fundo de pensão, onde se criou um plano do tipo Benefício Definido, contendo 12540 indivíduos, sendo 5544 ainda em fase laboral e 6996 indivíduos aposentado. Os cálculos das reservas

matemáticas foram feitos na linguagem de programação Java utilizando a plataforma Eclipse no Sistema Operacional Windows 7.

1.2 ESTRUTURA DO SISTEMA PREVIDENCIÁRIO BRASILEIRO

Segundo Domeneghetti (2009), o atual sistema previdenciário brasileiro está regulamentado pela Constituição Federal, por Emendas Constitucionais, Leis Complementares, Resoluções e Instruções Normativas, sendo composto por três regimes: Regime Geral de Previdência Social - RGPS, Regime Próprio de Previdência Social - RPPS e o Regime de Previdência Complementar. O quadro abaixo exemplifica como está estruturado o sistema de previdência brasileiro.

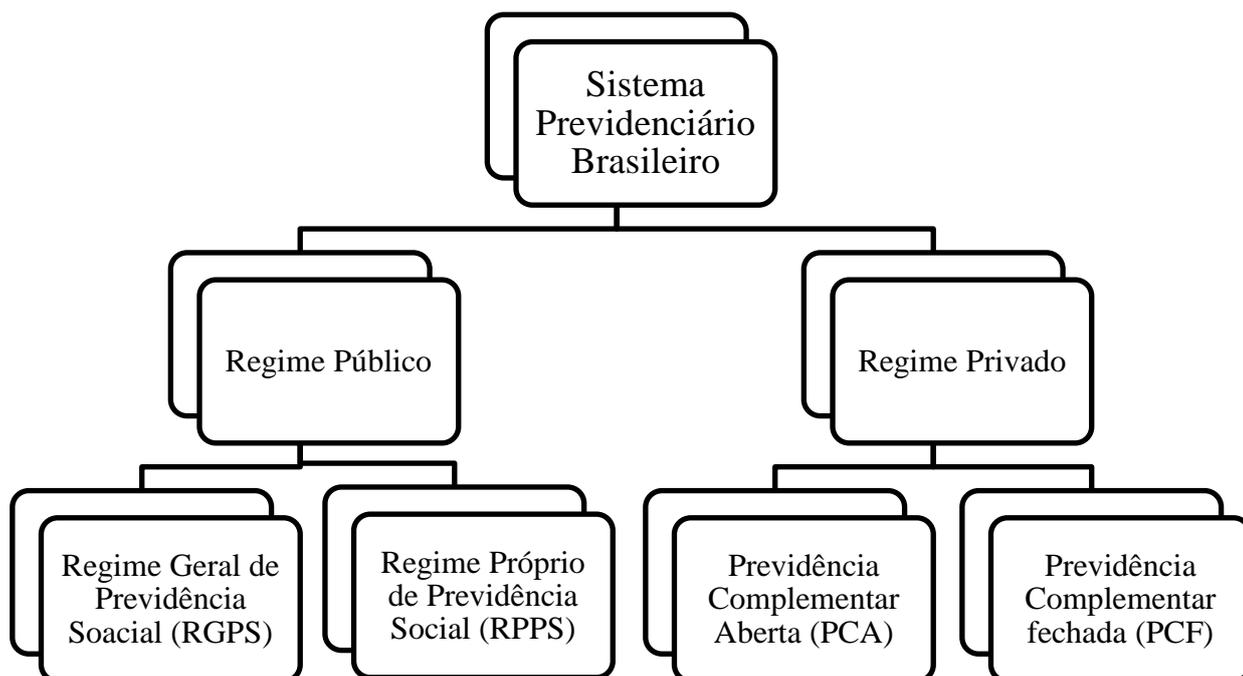


Figura 1: Estrutura do Sistema Previdenciário Brasileiro.

Fonte: Elaborado pela autora.

O RGPS, operado pelo Instituto Nacional de Seguro Social – INSS, autarquia vinculada ao Ministério da Previdência Social, é destinado aos trabalhadores formais da iniciativa privada e empregados públicos. Possui caráter público, obrigatório,

contributivo e solidário. Sua forma de custeio é o regime de caixa, em que as contribuições previdenciárias dos trabalhadores ativos são destinadas a cobrir os gastos com os benefícios dos inativos. Essa forma de custeio também é chamada de regime de repartição simples.

O RPPS é destinado ao servidor titular de cargo efetivo da União, dos Estados, do Distrito Federal e Municípios tendo também, caráter público, obrigatório, contributivo e solidário.

O Regime de Previdência Complementar - RPC é organizado de forma autônoma em relação à previdência pública. Possui caráter complementar, facultativo e abrange a todos os indivíduos que tenham interesse. Ao contrário dos regimes anteriores, o RPC é custeado através da fundação de reservas matemáticas obtidas a partir do regime de capitalização. Nesse regime as reservas são constituídas por contribuições antecipadas dos participantes até o término da sua vida laboral juntamente com os rendimentos auferidos pela aplicação financeira desses valores. O RPC se divide em dois sub-regimes: Regime de Previdência Complementar Fechada e Regime de Previdência Complementar Aberta os quais estão definidos mais adiante.

1.2.1 BREVE HISTÓRICO DA PREVIDÊNCIA NO BRASIL

1.2.1.1 PREVIDÊNCIA PÚBLICA

“De modo semelhante ao que ocorreu em outros países, principalmente europeus, a Previdência no Brasil desenvolveu-se lentamente, atingindo no início alguns setores da sociedade para mais tarde, em uma evolução da legislação, tornar-se acessível a todo cidadão. Algumas leis tornaram-se marco na história do sistema previdenciário, até chegarmos às regras atuais que, apesar dos avanços, estão em constante aprimoramento” (ABRAPP, 2003).

A primeira lei que marca a história da previdência brasileira é a Lei Eloy Chaves (1923), na qual autorizava que cada empresa ou categoria profissional criasse sua Caixa de Aposentadoria e Pensões - CAP. As primeiras categorias beneficiadas foram:

ferroviários (1923), portuários (1926), trabalhadores dos serviços telegráficos e radiotelegráficos (1928) e servidores da força, luz e bondes (1930). Posteriormente, também foram beneficiados os demais serviços públicos, os trabalhadores que trabalhavam em empresas de mineração e empresas de transporte aéreo.

No ano de 1937, já existiam 183 Caixas de Aposentadoria e Pensão que, a passos lentos, foram substituídas por Institutos de Aposentadoria e Pensão - IAP. Estes institutos atingiam um maior contingente de categorias profissionais. Porém algumas pessoas, como as que trabalhavam na área rural, os autônomos e aqueles que trabalhavam no setor informal, ainda não eram beneficiadas por esses IAP's.

Em 1960, surge a Lei Orgânica da Previdência Social - LOPS. Esta lei teve o propósito de uniformizar os planos de benefícios existentes, como a unificação das alíquotas de contribuição incidentes sobre a remuneração do trabalhador. Nesta época, o Brasil foi considerado o país de maior proteção previdenciária, pois apresentava dezessete benefícios de caráter obrigatório, a saber:

I - Quanto aos segurados:

- Auxílio doença;
- Aposentadoria por invalidez;
- Aposentadoria especial;
- Aposentadoria por tempo de serviço;
- Auxílio natalidade;
- Assistência financeira;

II – Quanto aos dependentes:

- Pensão;
- Auxílio reclusão;
- Auxílio funeral;
- Pecúlio;

III – Quanto aos beneficiários em geral:

- Assistência médica;
- Assistência alimentar;

- Assistência habitacional;
- Assistência complementar;
- Assistência reeducativa e de readaptação profissional;

Surge em 1966 o Decreto Lei nº 72, no qual extingue os IAP's e funde as suas antigas estruturas em uma entidade chamada Instituto Nacional de Previdência Social - INPS, vinculado ao Ministério do Trabalho e Previdência Social. Com este fato, dilatou-se a abrangência dos serviços previdenciários às categorias ainda não beneficiadas (SCHMITT, 2004).

Em seguida, é criado em 1974, o Ministério da Previdência e Assistência Social – MPAS passando a abrigar o INPS. Em 1977, a Lei nº 6439 cria o Sistema Nacional de Previdência e Assistência Social – SINPAS, sob a orientação, coordenação e controle do MPAS. Esta Lei desmembrou o INPS em três institutos: o próprio INPS, ficando restrito aos benefícios previdenciários e assistenciais, o Instituto de Administração da Previdência e Assistência Social – IAPAS, para administrar e recolher recursos do INPS, e o Instituto Nacional de Assistência Médica da Previdência Social – INAMPS, para administrar o sistema nacional de saúde,

Em 1990, com a Lei nº 8212, o INPS e o IAPAS se fundem novamente originando o atual Instituto Nacional do Seguro Social - INSS.

1.2.1.2 PREVIDÊNCIA PRIVADA

Segundo o texto publicado pela Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar - ABRAPP (2003), o início da previdência complementar antecede até mesmo o marco de criação da Previdência Oficial. A Caixa Montepio dos Funcionários do Banco da República do Brasil foi criada em 1904, com o propósito inicial de apenas fornecer aos dependentes dos funcionários do Banco do Brasil o pagamento de pensão. Em 1934, foi incrementada a responsabilidade de pagamento de aposentadoria aos associados do Banco. Em 1967, a Caixa Montepio recebe o nome, Caixa de Previdência dos Funcionários do Banco do Brasil – Previ nome que perdura até os dias atuais.

Durante a década de 1950, foi criada a previdência complementar para os trabalhadores das empresas públicas federais e de alguns Estados. Posteriormente, seguindo a mesma fonte, ABRAPP (2003), foram surgindo outros fundos de pensão vinculados a empresas estatais, tais como a Petros (fundo de pensão para funcionários da Petrobrás), Fundação CESP (fundo de pensão para trabalhadores do setor elétrico paulista), criadas em 1969.

Os Fundos de Pensão não estavam vinculados apenas às empresas estatais. Foram criadas, também, entidades privadas de previdência complementar ligada a empresas privadas com forte influência de experiências internacionais, como os planos da Philips e da Promon Engenharia.

Porém, foi apenas na década de 1970, que ocorreu uma regulamentação da previdência complementar. Em 15 de julho de 1977, foi aprovada a Lei Federal nº 6435, criando um arcabouço para a previdência complementar brasileira. A partir desse momento, a experiência da Previ e do modelo utilizado na Petrobrás impulsionaram a expansão da previdência complementar nas empresas estatais, através da criação de fundos de pensão (SCHMITT, 2004).

Esta legislação perdurou até 29 de maio de 2001, quando foram aprovadas as leis complementares nº 108 e nº 109, as quais determinavam a reformulação da previdência complementar aberta e fechada, tornando-as mais adequadas à nova realidade, aumentando as suas abrangências como forma de propiciar melhores alternativas no âmbito das entidades que administravam planos de previdência sem finalidade lucrativa.

1.2.3 SITUAÇÃO ATUAL DOS FUNDOS DE PENSÃO

O Sistema de Previdência Complementar, atualmente, é segmentado em duas vertentes, as entidades fechadas e as entidades abertas, as quais apresentam características distintas entre si.

As Entidades Abertas de Previdência Complementar – EAPC são organizadas sob forma de sociedades anônimas e atuam no mercado de previdência complementar

oferecendo à população diferentes tipos de planos de aposentadoria, que podem ser individuais ou coletivos, com objetivos de obter lucros.

As EAPC são reguladas pelo Conselho Nacional de Seguros Privados (CNSP) e fiscalizadas pela Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), vinculados ao Ministério da Fazenda.

As EFPC, foco deste trabalho, são organizações sem fins lucrativos, constituídas sob a forma de fundações de direito privado ou de sociedade. Apenas os trabalhadores de uma determinada empresa ou grupo (que integra o sistema como Patrocinador), através de planos patrocinados, e aos associados de entidades de caráter profissional, setorial ou classista (que figura como Instituidor), através de planos instituídos, possuem o direito de fazer parte dessas entidades. (ABRAPP, 2003)

As EFPC's são reguladas pelo Conselho Nacional de Previdência Complementar (CNPC) e fiscalizadas pela Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC), a qual é vinculado ao Ministério da Previdência.

Conforme as estatísticas da ABRAPP de setembro de 2012, as entidades brasileiras fechadas de previdência possuem as características apresentadas no quadro a seguir:

Tabela 1: Características da Previdência Complementar

ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR - EFPC	
Tipos de entidades*	Quantidade
Instituidor	19
Privada- Patrocinador	228
Pública Estadual	43
Pública federal	38
Pública Municipal	2
Total	330
Número de Participantes Ativos**	2.134.5
Número de Participantes Assistidos**	655.946
Total de Participantes	2.790.4

*Fonte: sítio Ministério da Previdência Social

**Fonte: Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar – Abrapp, Consolidado Estatístico-set/2012.

Há um grande número de EFPC's no Brasil, são 330, e aproximadamente 70% destas entidades são constituídas por uma empresa patrocinadora. O patrimônio total destas entidades está em torno de 614 bilhões de reais segundo a ABRAPP set/2012. Existem num total de aproximadamente 2.800.000 indivíduos que participam dos fundos de pensão, sendo 76% deles ativos e o restante, 24%, encontrando-se em inatividade.

Tabela 2: As dez EFPC's com maior patrimônio

AS 10 ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR COM MAIOR PATRIMÔNIO

Entidade	Patrimônio(em milhões)
PREVI	R\$ 160.821
PETROS	R\$ 64.360
FUNCEF	R\$ 50.903
FUNDAÇÃO CESP	R\$ 20.990
VALIA	R\$ 15.940
FUNDAÇÃO ITAÚ	R\$ 14.767
SISTEL	R\$ 14.421
REAL GRANDEZA	R\$ 11.267
BANESPREV	R\$ 10.663
FORLUZ	R\$ 10.550

Fonte: Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar – Abrapp, Consolidado Estatístico-set/2012.

De acordo com a Tabela 2, as dez maiores EFPC's juntas possuem um patrimônio no valor aproximado de R\$374.682 bilhões de reais, correspondentes a quase 60% de todo o patrimônio gerado pelos fundos de pensão. O topo da lista, ocupado pela Previ, tem um patrimônio equivalente a 43% do patrimônio gerado por essas dez entidades. Segundo o ranking elaborado pela publicação norte-americana Pensions & Investments em 2010, a Previ é o 24º maior fundo de pensão do mundo e o maior da América Latina.

2. REVISÃO DA LITERATURA:

2.1 CARACTERÍSTICAS DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR FECHADA

Para Allen Jr. Et Al. (1994) a mensuração do Custo Previdenciário é o ponto de partida para que as contribuições sejam determinadas, já que expressará os compromissos necessários para o pagamento dos benefícios a serem pactuados entre o plano, seus participantes e pela patrocinadora.

2.2 PREMISSAS ATUARIAIS

O Custo Previdenciário é sempre um valor estimado correspondente ao somatório de todos os pagamentos de benefícios que o plano efetuará. O seu cálculo depende de algumas premissas básicas, quais sejam:

- Premissas Demográficas;
- Premissas Econômicas;
- Premissas Administrativas.

As premissas demográficas, ou hipóteses de decremento populacional, são aquelas utilizadas para projetar as futuras populações ativas e assistidas do Plano de Benefícios. Tais hipóteses incluem a mortalidade de válidos, mortalidade dos inválidos, entrada em invalidez, rotatividade e regras para elegibilidade à aposentadoria programada.

Os decrementos são definidos por meio das tábuas biométricas, que são instrumentos estatísticos e demográficos utilizados pelos atuários para medir, em cada idade, as probabilidades dos eventos de morte, sobrevivência, invalidez, etc. Existem diversas tábuas biométricas para cada contingência e o atuário deve escolher aquela que melhor espelhe as características da massa dos participantes do fundo de pensão. Porém, a resolução nº18/2006 que estabelece parâmetros técnico-atuariais para estruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar, não permite a utilização de tábuas biométricas que gerem expectativas de vida inferiores às resultantes

da aplicação da tábua AT-83, exceto para tábuas aplicadas às pessoas em condição de invalidez.

Além das tábuas biométricas, existem também as tábuas de rotatividades que refletem o quadro dos participantes do Fundo de Pensão e são elaboradas em função da política e recursos humanos do patrocinador ou instituidor.

As premissas econômicas utilizadas no cálculo atuarial das reservas matemáticas são a taxa real de juros e o fator de capacidade. Essas premissas são utilizadas para projetar e determinar o ativo e o passivo do plano ao longo do ano.

A taxa real de juros indica a taxa pelo qual o valor das obrigações será investido e reflete a rentabilidade real da carteira de ativos de um Fundo de Pensão.

O fator de capacidade reflete o impacto da inflação sobre os salários e benefícios dos participantes ativos e assistidos, representando a perda salarial ao longo dos anos.

As premissas Administrativas estão relacionadas com a política de recursos humanos do patrocinador, mas também com o planejamento orçamentário do Fundo de Pensão. A taxa de crescimento salarial e a taxa de administração são exemplos de premissas administrativas.

A taxa de crescimento salarial reflete o Plano de Cargos e Salários que o patrocinador possui para seus empregados. Procura-se espelhar a evolução do salário do participante em função de sua carreira profissional, considerando fatores como méritos e produtividade. Essa premissa influencia na mensuração das contribuições e benefícios, quando estes são função dos salários.

A taxa de administração reflete o nível de despesas administrativas que o fundo de pensão vem realizando nos últimos anos. Esta taxa de administração tem impacto sobre a reserva matemática, pois incide sobre as contribuições do participante e do patrocinador.

2.3 TIPOS DE BENEFÍCIOS

Os gastos futuros com pagamentos de benefícios são calculados individualmente – participante por participante, benefício por benefício – pelo atuário que os apura a partir das premissas mencionadas acima.

Por fim, pode-se dizer que o Custo Previdenciário, o passivo atuarial, é o valor que deve ser financiado, de forma que sempre haja recursos suficientes para que as obrigações do plano de benefícios sejam integralmente cumpridas.

Em geral, os benefícios oferecidos pelos Fundos de Pensão são:

Benefícios de aposentadorias: são os benefícios usufruídos após o período laborativo, na forma de renda e por longo período, Os mais comuns são:

- Aposentadoria por Tempo de Contribuição
- Aposentadoria por Idade
- Aposentadoria Antecipada
- Aposentadoria por Invalidez

Auxílios: referem-se aos benefícios que são oferecidos através de pagamento único ou por curto período de tempo que, via de regra, são:

- Auxílio doença
- Auxílio reclusão
- Auxílio natalidade
- Auxílio funeral

Pecúlios: dizem respeito aos benefícios oferecidos por ocasião de algum evento e na forma de pagamento único e, normalmente são:

- Pecúlio por Aposentadoria
- Pecúlio por Invalidez
- Pecúlio por Morte

Pensão por Morte: correspondem ao benefício a ser usufruído pelos beneficiários do participante por ocasião de sua morte, normalmente oferecidos em forma de renda por prazo determinado ou em alguns casos vitalício.

Os benefícios de um plano previdenciário são classificados, segundo suas características de ocorrência, em dois grupos:

- **Benefícios Programados:** são aqueles cuja data de ocorrência para cada participante pode ser perfeitamente previsível de acordo com as regras de elegibilidade aos benefícios do plano. São eles os benefícios de Aposentadoria por Tempo de Contribuição e Aposentadoria por Idade.
- **Benefícios de Risco:** são os benefícios que não permitem a identificação de quais participantes irão requerê-lo e nem a data da sua ocorrência. Apenas é possível estimar a quantidade de ocorrência em cada período. São considerados benefícios de risco a Aposentadoria por Invalidez, Pensão por Morte, Auxílio doença, etc.

2.4 REGIME FINANCEIRO

O regime Financeiro determina a forma pela qual o Custo Previdenciário será financiado. A Resolução do MPS/CGPC nº18/06 afirma que apenas os seguintes regimes poderão ser utilizados para custear os planos previdenciários.

Regime de Capitalização: este regime é obrigatório para o financiamento dos benefícios que sejam programados e continuados e, facultativos para os demais, na forma de renda ou pagamento único.

Allen Jr. Et Al. (1994) descreve que no regime financeiro de capitalização, o valor do Custo Previdenciário deve ser pré-financiado ao longo do período laborativo do participante, de forma que, na data de sua aposentadoria, o plano disponha dos recursos necessários para o pagamento do benefício.

Esse regime consiste em determinar as contribuições que, adicionadas da rentabilidade das aplicações, irão custear o benefício do próprio participante. Há a formação de reservas, pois as contribuições são antecipadas no tempo em relação ao

pagamento do benefício. Pode-se melhor observar o funcionamento do regime de capitalização no esquema a seguir:

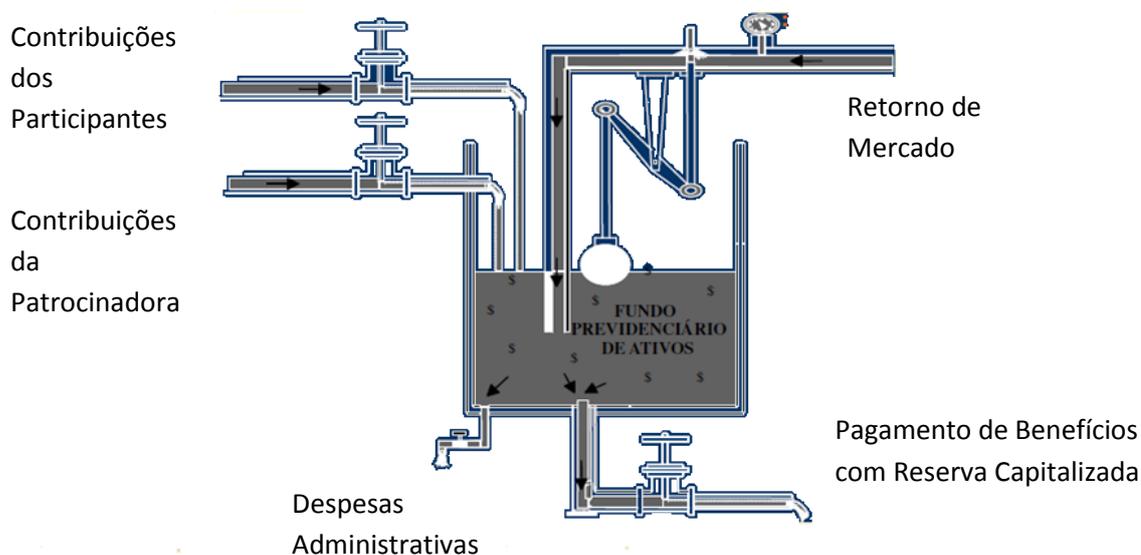


Figura 2: Esquema Regime de Capitalização
Fonte: Adaptado, Fontoura (2002).

Esse regime prevê dois momentos: o primeiro, correspondente à fase contributiva, cujo objetivo é constituir reserva equivalente ao custo previdenciário e, o segundo, correspondente à fase do benefício, cujo objetivo é que a reserva já constituída garanta o pagamento das parcelas desse mesmo benefício.

Regime de repartição simples: conceitualmente, é o método de financiamento no qual as parcelas mensais dos benefícios pagos em um período, são rateadas entre os participantes ativos, no mesmo período.

Podem ser utilizados para benefícios pagáveis por invalidez, por morte, por doença ou por reclusão, todos na forma de pagamento único.

As contribuições arrecadadas são aquelas necessárias para cobrir as despesas do mesmo período não havendo formação de reservas. É uma forma de financiamento extremamente sensível às taxas de natalidade e à longevidade, uma vez que a sua sustentação depende de estabilidade na relação número de ativos versus o número de assistidos.

Regime de repartição de capitais de cobertura: este regime é uma mistura dos regimes de repartição simples e de capitalização. Trata de estabelecer as contribuições necessárias, no período considerado, para se constituir a reserva suficiente para garantir a série completa dos pagamentos futuros para os benefícios que se iniciaram neste mesmo período.

Podem ser utilizados também para benefícios pagáveis por invalidez, por morte, por doença ou reclusão, cuja concessão seja estruturada na forma de renda.

Pressupõe a formação de reservas somente para os participantes em gozo de benefícios, reduzindo o período de pré-pagamento do Custo Previdenciário. A reserva garantidora da série completa de pagamentos futuros – Custo Previdenciário – é constituída no instante da concessão do benefício, através da divisão pura e simples do seu valor pelo número de membros do grupo contribuinte, definindo-se a contribuição de cada um.

2.5 TIPOS DE PLANOS

Além do regime financeiro, os critérios de definição dos valores dos benefícios devem ser estabelecidos. Trata-se da escolha da modelagem do plano previdenciário.

Nos fundos de pensão, existem três modalidades de plano de benefícios: benefício definido, contribuição definida e contribuição variável.

- **Benefício Definido:**

Essa modalidade de plano previdenciário também é conhecida como BD. É a modelagem na qual o benefício é previamente definido, geralmente relacionado ao cargo ou à remuneração.

Neste tipo de plano o valor do benefício é a variável independente e a contribuição é a variável dependente, ou seja, nesses planos a incógnita a ser determinada em função do valor do benefício, inicialmente definida, é o valor das contribuições necessárias para satisfazer o seu pagamento. Um plano BD, por razões de natureza contratual, assegura um valor final para o benefício, independentemente das oscilações nos fatores que incidem sobre o regime de capitalização. (ABRAPP, 2003)

As principais características desse plano são o mutualismo, onde a avaliação dos riscos está em função da coletividade, fazendo com que haja solidariedade entre os participantes. Não há um valor fixado quando se trata da contribuição, pois esta varia ao decorrer dos anos em função do nível da reserva matemática constituída. O benefício contratado geralmente é pago na forma de Renda Vitalícia. Os déficits ou superávits do plano são de responsabilidade coletiva.

- Contribuição Definida:

A modelagem de contribuição definida, ou simplesmente CD, é aquela que define um plano individualista, na qual o valor do benefício não é estabelecido no momento da adesão do contrato. No instante da adesão, é definido o valor das contribuições e o valor do benefício é a incógnita que será determinada em função da reserva matemática acumulada durante a fase contributiva.

Neste tipo de plano não existe qualquer mutualismo, já que as reservas são individualizadas, isto é, cada participante tem sua conta previdenciária. O valor do benefício será proporcional à reserva que o contribuinte terá obtido com suas contribuições e rentabilidades adquiridas no período contributivo. A contribuição será acordada previamente e não há superávits e nem déficits nesta modalidade.

- Contribuição Variável:

Esse modelo de plano de benefício também é conhecido como CV. O plano de Contribuição Variável consiste em um misto do plano Benefício Definido e Contribuição Definida.

Na fase de acumulação, ou seja, na fase de contribuição, o plano ganha as características de CD (contas individualizadas). Já na fase na fase de inatividade, uma vez calculado o benefício, o plano se caracterizará como BD (rendas vitalícias).

Este trabalho apenas contemplará o plano de Benefício Definido e o regime de capitalização para alcançar os objetivos previstos.

2.6 CÁLCULOS DO PASSIVO ATUARIAL PELO MÉTODO DETERMINÍSTICO

“O passivo atuarial, também chamado de Reserva Matemática ou Provisão Matemática, corresponde ao valor presente atuarial do conjunto de obrigações de um plano de benefícios para com os seus participantes e assistidos. A Reserva Matemática divide-se em Reserva Matemática de Benefício Concedido e Reserva Matemática de Benefício a Conceder”.

(CÍCERO DIAS)

A Reserva Matemática de Benefício Concedido diz respeito às obrigações do plano previdenciário com os participantes já assistidos, isto é, com participantes que se encontram em gozo de benefícios. A Reserva Matemática de Benefício a Conceder se refere às obrigações do plano com os contribuintes ainda na fase laboral, ou seja, esta Reserva compõe os direitos que estes indivíduos terão a partir de uma data futura de aposentadoria, considerando sempre a probabilidade de sobrevivência até tal data.

O passivo atuarial de um plano de benefícios é mensurado através de um cálculo chamado avaliação atuarial. A avaliação atuarial é elaborada a partir de hipóteses ou premissas atuariais já definidas acima.

O passivo atuarial determinístico é obtido através de equações que levam em consideração as probabilidades de sobrevivência, de entrada em invalidez, de morte, além do valor de benefício e fato de atualização. A seguir, será possível verificar as equações referentes à Reserva Matemática dos Benefícios Concedidos e a Reserva Matemática dos Benefícios a Conceder.

2.6.1 RESERVA MATEMÁTICA DE BENEFÍCIOS CONCEDIDOS

As reservas matemáticas de benefícios concedidos se referem como dito acima, as obrigações do plano com os indivíduos já inativos e com os pensionistas, isto é, indivíduos que já recebem os benefícios. As reservas são medidas atuarialmente a valor presente, isto é, retratam o valor presente dos benefícios futuros descontados à taxa de juros estimada, também chamada de meta atuarial, para o retorno das aplicações,

considerando a probabilidade dos indivíduos estarem vivos em cada uma das idades futuras. Os benefícios considerados nesta reserva são os benefícios concedidos de aposentadoria e de pensão.

2.6.1.1 BENEFÍCIOS CONCEDIDOS DE APOSENTADORIA

Referem-se aos segurados que atingiram a idade programada de aposentadoria a e estão recebendo os respectivos benefícios na data da avaliação atuarial. Tem-se abaixo fluxograma dos benefícios concedidos de aposentadoria:

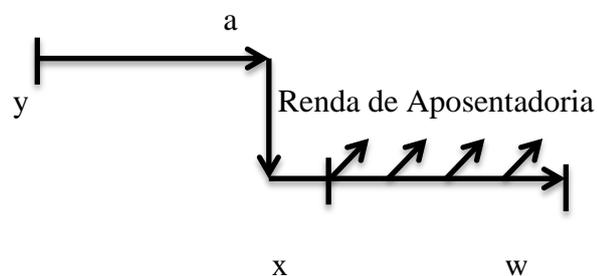


Figura 3: Fluxograma de Benefício Concedido de Aposentadoria

Fonte: Adaptado, Fountora(2002).

O valor presente atuarial dos benefícios concedidos de aposentadoria é mensurado da seguinte forma:

$$VPABC_{|apos|p} = \sum_{i=1}^{w-x-1} (B_i \times {}_i p_x \times v^i), (1)$$

onde:

$$v^i = \frac{1}{(1+j)^i};$$

$VPABC_{|apos|p}$ = valor presente atuarial dos benefícios de aposentadoria concedidos

B_i = valor do benefício de aposentadoria do assistido p no ano futuro i ;

${}_i p_x$ = probabilidade de sobrevivência do assistido p entre as idades x e $x+i$;

j = taxa de juro ou meta atuarial utilizada para o desconto no cálculo do valor presente do benefício;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

x = idade do assistido p na data do cálculo.

2.6.1.2 BENEFÍCIOS CONCEDIDOS DE PENSÃO

Referem-se aos grupos familiares que estão recebendo pensão na data de avaliação, em decorrência de já ter havido o falecimento do segurado titular, seja ainda laborativo, aposentado inválido ou aposentado programado. Tem-se o fluxograma dos benefícios de concedidos de pensão a seguir,

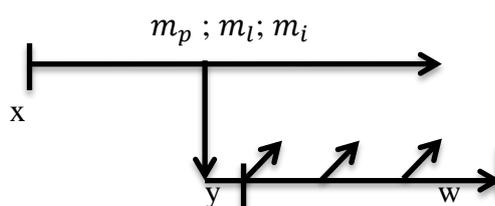


Figura 4: Fluxograma de Benefício Concedido de Pensão
Fonte: Adaptado, Fountora(2002).

onde:

m_p : morte de um aposentado por aposentadoria programada;

m_l : morte de um segurado ativo;

m_i : morte de um aposentado por invalidez;

O valor presente atuarial dos benefícios concedidos de pensão é calculado da seguinte forma:

$$VPABC_{|pensão|p} = \sum_{i=1}^{w-y-1} (B_i \times {}_i p_y \times v^i) , \quad (2)$$

em que:

$VPABC_{|pensão|}$ = valor presente atuarial dos benefícios concedidos referentes a;

B_i = valor do benefício de pensão do pensionista no ano futuro i ;

${}_i p_y$ = probabilidade de sobrevivência do pensionista p entre as idades y e $y+i$;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

y = idade do pensionista p na data do cálculo.

2.6.1.3 VALOR PRESENTE ATUARIAL AGREGADOS DOS BENEFÍCIOS CONCEDIDOS – VPAABC

Considerando ‘ n ’ o número de segurados assistidos, aposentados e pensionistas, tem-se que o VPAABC é mensurado por:

$$VPAABC = \sum_{p=1}^n (VPABC|apos|_p + VPABC|pensão|_p), (3)$$

2.6.2 RESERVA MATEMÁTICA DOS BENEFÍCIOS A CONCEDER

Esta reserva se refere às obrigações previdenciárias futuras do regime de previdência com a futura concessão de benefícios referentes aos atuais segurados laborativos a cada um dos possíveis eventos probabilísticos: i) atingir a idade de aposentadoria programada e receber o seu benefício de aposentadoria programada, ii) invalidar-se, na idade $x+i$, no qual o parâmetro x é a idade do segurado e a variável i é o incremento da idade do indivíduo, e iii) falacer quando ativo, quando aposentado por invalidez ou quando aposentado programado.

2.6.2.1 BENEFÍCIOS A CONCEDER DE APOSENTADORIA PROGRAMADA

Referem-se aos atuais indivíduos laborativos com idade atual x , que atingirão a idade de aposentadoria a e receberão os respectivos benefícios de aposentadoria programada. Tem-se abaixo o fluxograma dos benefícios a conceder de aposentadoria programada.

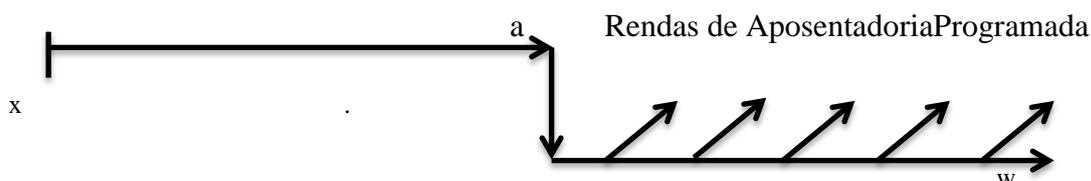


Figura 5: Fluxograma de Benefício a Conceder de Após. Programada

Fonte: Adaptado, Fountora(2002).

O valor presente atuarial dos benefícios a conceder de aposentadoria programada é calculado da seguinte forma:

$$VPABAC_{|ApProg|p=a-x} p_x^{BD} \times v^{a-x} \times \sum_{i=1}^{w-a-1} (B_i \times {}_i p_a^m \times v^i), \quad (4)$$

onde:

$VPABAC_{|ApProg|}$ = valor presente atuarial dos benefícios a conceder referente a aposentadoria programada;

${}_{a-x} p_x^{BD}$ = probabilidade de sobrevivência em serviço do participante p entre as idades x e idade a , considerando que o indivíduo esteja exposto a dois decrementos: a morte e a invalidez;

B_i = valor do benefício de aposentadoria do segurado p no ano futuro i ;

${}_i p_a^m$ = probabilidade de sobrevivência do segurado p entre as idades a e $a+i$;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

x = idade do segurado p na data do cálculo.

2.6.2.2 BENEFÍCIOS A CONCEDER DE APOSENTADORIA POR INVALIDEZ

Referem-se aos atuais laborativos com idade atual x , que na idade $x+k$ entrarão em invalidez e receberão os respectivos benefícios de aposentadoria por invalidez. A seguir, tem-se o fluxograma dos benefícios a conceder por aposentadoria por invalidez.

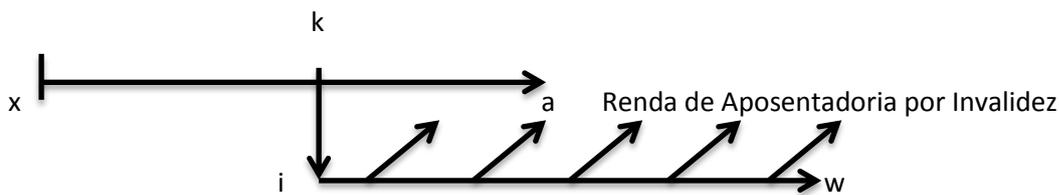


Figura 6: Fluxograma de Benefício a Conceder de Após. Por Invalidez

Fonte: Adaptado, Fountora(2002).

A saber que:

i : entrada em invalidez do segurado ativo;

O valo presente atuarial dos benefícios a conceder de aposentadoria por invalidez é calculado da seguinte forma:

$$VPABAC_{|ApInv|_p} = \sum_{k=0}^{a-1} {}_k p_x^{BD} \times q_{x+k}^{(i|m)} \times v^k \times \left(\sum_{i=k+1}^{w-x-1} B_i \times {}_{i-k} p_{x+k}^{inv} \times v^{i-k} \right), \quad (5)$$

em que:

$VPABAC_{|ApInv|}$ = valor presente atuarial dos benefícios a conceder de aposentadoria por invalidez;

${}_k p_x^{BD}$ = probabilidade de sobrevivência e validez do segurado p entre as idades x e $x+k$;

$q_{x+k}^{(i|m)}$ = probabilidade de entrada em invalidez dado que também pode ocorrer a morte do segurado entre as idades x e $x+k$;

$$VPABAC \frac{Ativo}{|Pens|_p} = \sum_{k=0}^{a-1} ({}_k p_x^{BD} \times q_{x+k}^{(m|i)} \times \sum_{i=k+1}^w (B_i^{pen} \times {}_i p_y \times v^i)), (6)$$

onde:

$VPABAC \frac{Ativo}{|Pens|}$ = valor do benefício de pensão por morte de um participante ativo p ;

${}_k p_x^{BD}$ = probabilidade de sobrevivência e validez do segurado p entre as idades x e $x+k$;

$q_{x+k}^{(m|i)}$ = probabilidade de morte dado que também pode ocorrer a invalidez do segurado entre as idades x e $x+k$;

B_i^{pen} = valor do benefício de pensão para o beneficiário do segurado p ;

y = idade do beneficiário na data do cálculo;

${}_i p_y$ = probabilidade de sobrevivência do beneficiário do segurador laborativo entre as idades y e $y+i$;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

x = idade do segurado p na data do cálculo.

- Para o segurado laborativo p que alcance a aposentadoria programada e faleça durante o período de fruição desse benefício, o valor presente atuarial do benefício é mensurado da seguinte forma:

$$VPABAC |Pen|_p^{Apos Prog} = {}_{a-x} p_x^{BD} \times v^a \times \sum_{k=a+1}^{w-1} ({}_{k-a} p_a \times q_k \times$$

$$\sum_{i=y+r+1}^{w-1} (B_i^{pen} \times {}_{i-y} p_y \times v^{i-(y+r)}), (7)$$

em que:

$VPABAC |Pen|_p^{Apos Prog}$ = valor do benefício de pensão por morte de um participante ativo p que chegou ao término da vida laboral e falece no período de uso do benefício de aposentadoria;

${}_{a-x} p_x^{BD}$ = probabilidade de sobrevivência e validez do segurado p entre a idade x e a idade 'a';

${}_k-a p_a$ = probabilidade de sobrevivência entre as idades a e k ;

q_k = probabilidade de morte na idade k ;

B_i^{pen} = valor do benefício de pensão para o beneficiário do segurado p ;

${}_{i-(y+r)} p_{y+r}$ = probabilidade do beneficiário viver entre as idades $y+r$ e $y+r+1$;

y = idade do beneficiário;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

x = idade do segurado p na data do cálculo.

r = diferença entre as idades a e x ;

- O valor presente atuarial do benefício para o segurado laborativo p que se aposente por invalidez e faleça durante o período de fruição desse benefício é calculado a seguir:

$$VPABAC|Pens|_p^{Ativo|ApoInv} = \sum_{k=0}^{a-1} ({}_k p_x^{BD} \times q_{x+k}^{(i|m)}) \times \sum_{n=k+1}^{w-1} ({}_n p_x^{inv} \times \sum_{i=n+1}^{w-1} (B_i \times {}_n p_y \times v^i)) , (8)$$

onde:

$VPABAC|Pens|_p^{Ativo|ApoInv}$ = valor do benefício de pensão por morte de segurado inválido;

${}_k p_x^{BD}$ = probabilidade de sobrevivência e validade do segurado p entre as idades x e $x+k$;

$q_{x+k}^{(i|m)}$ = probabilidade de invalidez dado que também pode ocorrer a morte do segurado entre as idades x e $x+n$;

${}_n p_x^{inv}$ = probabilidade de sobrevivência de um segurado p inválido entre as idades x e $x+n$

q_{x+n}^{inv} = probabilidade de morte do indivíduo p inválido na idade $x+n$;

B_i = valor do benefício de pensão para o beneficiário do segurado p;

${}_n p_y$ = probabilidade do beneficiário viver entre as idades y e y+n;

y = idade do beneficiário;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

x = idade do segurado p na data do cálculo.

- O valor presente atuarial para o benefício de pensão decorrente da morte de atual segurado assistido é mensurado da seguinte forma:

$$VPABAC|Pen|_p^{Assist} = \sum_{k=0}^{w-1} ({}_k p_x \times \sum_{i=k+1}^{w-1} (B_i \times {}_i p_y \times v^i)) \quad (9)$$

Em que:

$VPABAC|Pen|_p^{Assist}$ = valor do benefício de pensão por morte de atual segurado p assistido;

${}_k p_x$ = probabilidade de sobrevivência do segurado assistido p entre as idades x e x+k;

q_{x+k} = probabilidade de morte do segurado assistido p na idade x+k;

${}_i p_y$ = probabilidade do beneficiário viver entre as idades y e y+i;

y = idade do beneficiário;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

x = idade do segurado p na data do cálculo;

B_i = valor do benefício de pensão para o beneficiário do segurado p;

2.6.2.4 VALOR PRESENTE ATUARIAL AGREGADO DOS BENEFÍCIO A CONCEDER - VPAABAC

Somando-se todos os VPAs de benefícios a conceder referentes a todos os atuais segurados, tem-se o saldo presente da obrigação previdencial futura.

$$VPAABAC = \sum_{p=1}^n (VPABAC|AposProg|_p + VPABAC|ApInv|_p VPABAC|Pens|_p^{Ativo} + VPABAC|Pens|_p^{AposProg} + VPABAC|Pens|_p^{ApInv} + VPABAC|Pen|_p^{assist}) , (10)$$

2.7 VALOR DA RESERVA MATEMÁTICA TOTAL - RMT

O valor da correspondente a reserva matemática total seria a soma do valor presente atuarial agregado dos benefícios concedidos juntamente com o valor presente atuarial agregado dos benefícios a conceder, isto é:

$$RMT = VPAABC + VPAABAC , (11)$$

3. CÁLCULO DO PASSIVO ATUARIAL PELO MÉTODO ESTOCÁSTICO

O objetivo da simulação é descrever a distribuição e as características dos possíveis valores de uma variável dependente, ou seja, a reserva matemática, depois que foram determinados os possíveis valores e comportamentos das variáveis independentes a ela relacionadas, isto é, as premissas atuarias. Geralmente, os modelos de simulação são utilizados para analisar uma decisão envolvendo risco, ou seja, um modelo no qual o comportamento de um ou mais fatores não é conhecido com certeza. Considera-se neste trabalho, que a premissa não conhecida com certeza é a vida do segurado. O

Método de Monte Carlo é, portanto, um modelo de simulação que utiliza a geração de números aleatórios para atribuir valores às variáveis que se deseja investigar.

O objetivo do cálculo do passivo atuarial estocástico, neste trabalho, é projetar a vida do segurado através de Simulação de Monte Carlo. A simulação consiste na comparação entre os números aleatórios gerados seguindo uma distribuição uniforme com as probabilidades de sobrevivência, invalidez e morte das tábuas de mortalidade escolhidas pela EFPC dos indivíduos em cada uma das idades e verificar que eventos ocorrem entre o tempo t e $t+1$, com t variando entre x anos, idade do segurado na data da simulação, e w anos, que é a idade inalcançável (probabilidade de morte de 100%) da tábua de mortalidade.

Os eventos prováveis de ocorrência na simulação para o segurado ativo são: o indivíduo recebe o benefício de aposentadoria por invalidez caso se invalide no instante t , considerando t menor que 65 anos; o beneficiário recebe o benefício pensão por morte caso o segurado venha a falecer no instante t ; o beneficiário recebe o benefício de pensão por morte de um segurado inválido, caso o segurado inválido faleça no instante t ; caso contrário, se o indivíduo não falecer ou não se invalidar o tempo t avança para $t+1$ e as hipóteses de ocorrência de decrementos são novamente consideradas. Caso o beneficiário faleça no instante t , o beneficiário receberá a pensão no tempo $t+1$, o fluxo de benefício de pensão apenas terminará quando o beneficiário falecer.

Por outro lado, os eventos prováveis de ocorrência para um segurado inativo são apenas dois: o indivíduo recebe o benefício de aposentadoria no instante t caso esteja vivo ou o indivíduo morre no instante t e a beneficiário do segurado recebe a pensão por morte. O fluxo de benefício de pensão apenas terminará quando o beneficiário falecer.

O esquema a seguir, mostra uma árvore de probabilidade com os eventos em que os segurados ativos estão expostos, são eles: a sobrevivência, a invalidez e a morte.

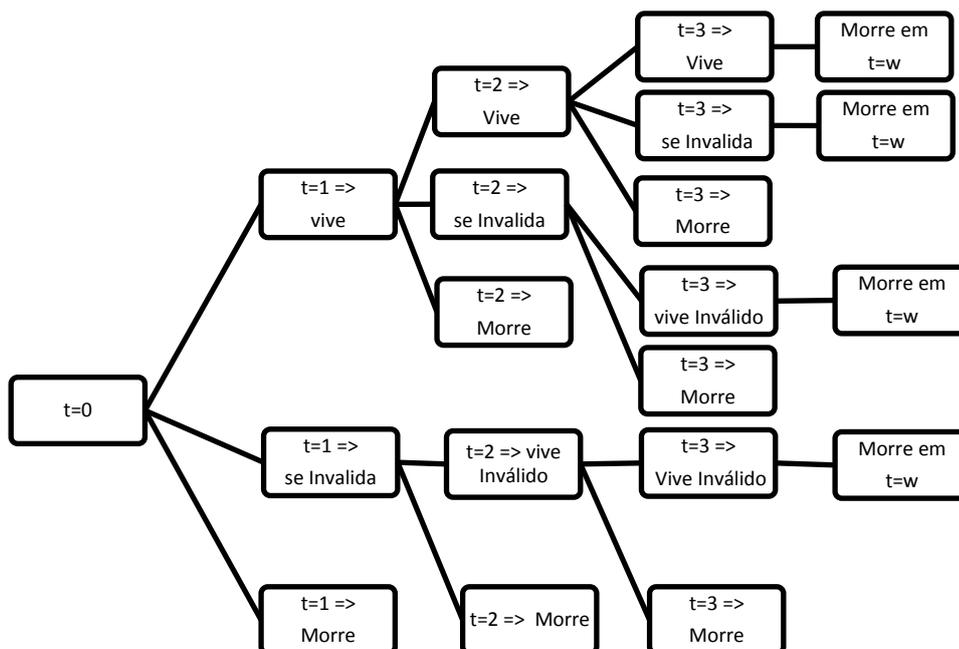


Figura 8: Árvore de Probabilidade dos segurados ativos

Fonte: Adaptado, Cícero Dias.

Para verificar se o indivíduo vive, se invalida ou morre até completar a próxima idade, sorteia-se um número aleatório entre 0 e 1 utilizando uma distribuição uniforme e, compara-se este randômico com a taxa de sobrevivência e as taxas de mortalidade/invalidéz utilizada pela EFPC referente à idade do indivíduo. Abaixo é possível verificar um esquema de comparação entre o randômico e as taxas.

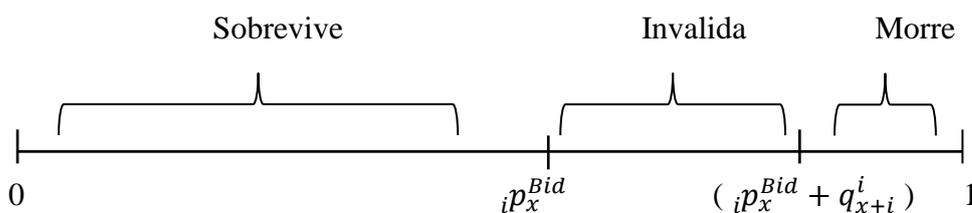


Figura 9: Esquema de comparação entre randômico e a taxa de probabilidade

Fonte: Elaborado pela autora.

A soma da probabilidade do indivíduo viver em uma ambiente bidecremental, a morte e a invalidez ($i p_x^{Bid}$) somado com a probabilidade do segurado se invalidar dado que poderia morrer (q_{x+i}^i) e com a probabilidade de morrer dado que poderia se invalidar, (q_{x+i}^m) tem que ser igual a um. Se o número rândomico for menor que a probabilidade de sobrevivência da tábua bidecremental o segurado vive e é

incrementado mais um ano na sua idade, porém se o randômico estiver entre os valores da probabilidade de viver na bidecremental e o valor acumulado da probabilidade de sobrevivência com a probabilidade de se invalidar dado que poderia morrer significa dizer que o indivíduo se invalida naquela data e, por fim, se o número aleatório for maior que o acumulado da situação passada, significa que o segurado morreu.

A árvore de probabilidade com os eventos que podem ocorrer com um segurado inativo é mais simples que a árvore anterior em que o participante se encontra ativo, pois, este está exposto a apenas dois decrementos a sobrevivência e a morte. Abaixo é possível verificar a árvore de probabilidade dos segurados inativos.

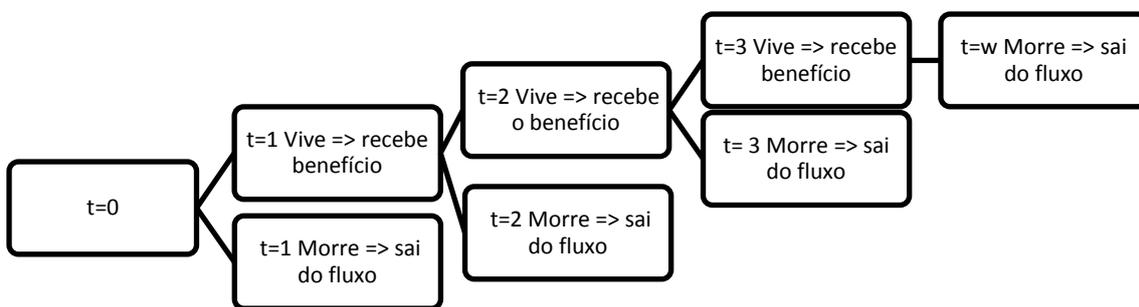


Figura 10: Árvore de Probabilidade dos segurados inativos
Fonte: Adaptado, Cícero Dias.

Para se verificar se o indivíduo vive ou morre até completar a próxima idade, sorteia-se um número aleatório entre 0 e 1 utilizando uma distribuição uniforme e, compara-se o randômico com a taxa de sobrevivência. Abaixo é possível verificar um esquema de comparação entre o randômico e a probabilidade.

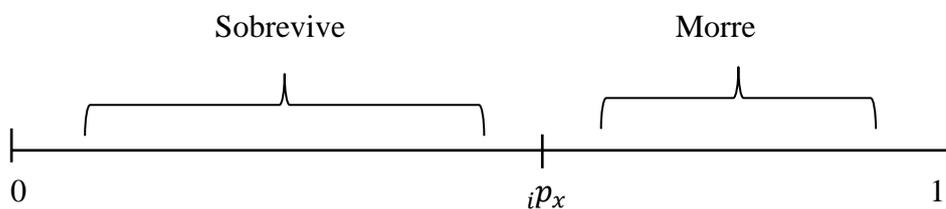


Figura 11: Esquema de comparação entre randômico e a taxa de probabilidade
Fonte: Elaborado pela autora.

Gera o número randômico e compara com a probabilidade de sobrevivência naquela data, se o número aleatório for menor que a probabilidade de sobrevivência, o

indivíduo vive e é incrementada um ano na sua idade, caso contrário o participante morre.

3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS RESULTADOS

Para a simulação do passivo atuarial pelo método estocástico e pelo método determinístico, foi utilizado um banco de dados fornecido por um fundo de pensão, onde se criou um plano do tipo Benefício Definido, contendo 12540 indivíduos, sendo 5544 ainda em fase laboral e 6996 indivíduos aposentado. Os cálculos das reservas matemáticas foram feitos na linguagem de programação Java utilizando a plataforma Eclipse no Sistema Operacional Windows 7. A estrutura da pirâmide etária e as características do banco de dados são apresentadas a abaixo:

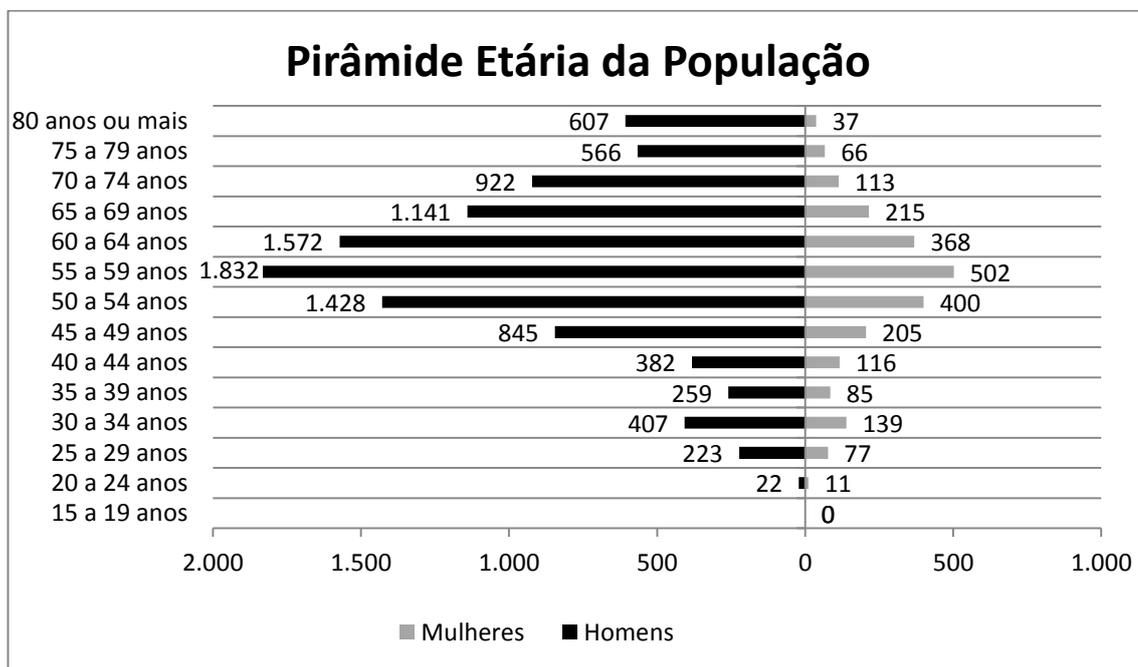


Figura 12: Pirâmide etária referente ao banco de dados

Tabela 3: Estatística descritiva do banco de Dados.

Idade Média	56,82
Expectativa de Vida Média	22,22
Média Salarial	3659,14
Quantidade de Homens	10.206
Quantidade de Mulheres	2.334

Para os cálculos das reservas matemáticas foram utilizadas algumas premissas básicas, tais como as tábuas de mortalidade, taxa de juros, taxa de crescimento salarial, entre outras. As premissas foram as mesmas para calcular o passivo atuarial pelo método determinístico e pelo método estocástico.

Por tanto, as reservas matemáticas dos indivíduos foram calculadas em função das premissas definidas abaixo:

- Tábua de Mortalidade: IBGE feminina e IBGE masculina;
- Tábua de Entrada em Invalidez: Álvaro Vindas;
- Tábua de Mortalidade de Inválidos: IBGE feminina e IBGE masculina;
- Taxa de Juros: 6% ao ano;
- Taxa de Crescimento Salarial: 1% ao ano;
- Idade de Aposentadoria: 65 anos;
- Idade do Beneficiário: se o segurado for homem o beneficiário terá quatro a menos que este, se o segurado for mulher, o beneficiário terá quatro anos mais que esta;
- Valor do Benefício: último salário;
- Reversão em Pensão: o valor do benefício de pensão será 70% do valor de benefício;

Os valores encontrados para a reserva matemática dos segurados ativos pelo método determinístico foram os seguintes:

Tabela 4: Valores da Reserva Matemática calculado pelo Método Determinístico	
Custo do Plano - Ativo	R\$ 2.024.391.233,83
Custo do Plano - Inativo	R\$ 2.303.497.857,34
Custo do Plano	R\$ 4.327.889.091,17

Os gráficos 1,2 e 3 apresentam as distribuições das reservas matemáticas dos participantes em atividade, dos participantes assistidos e a reserva total. As reservas foram obtidas através de 4000 simulações.

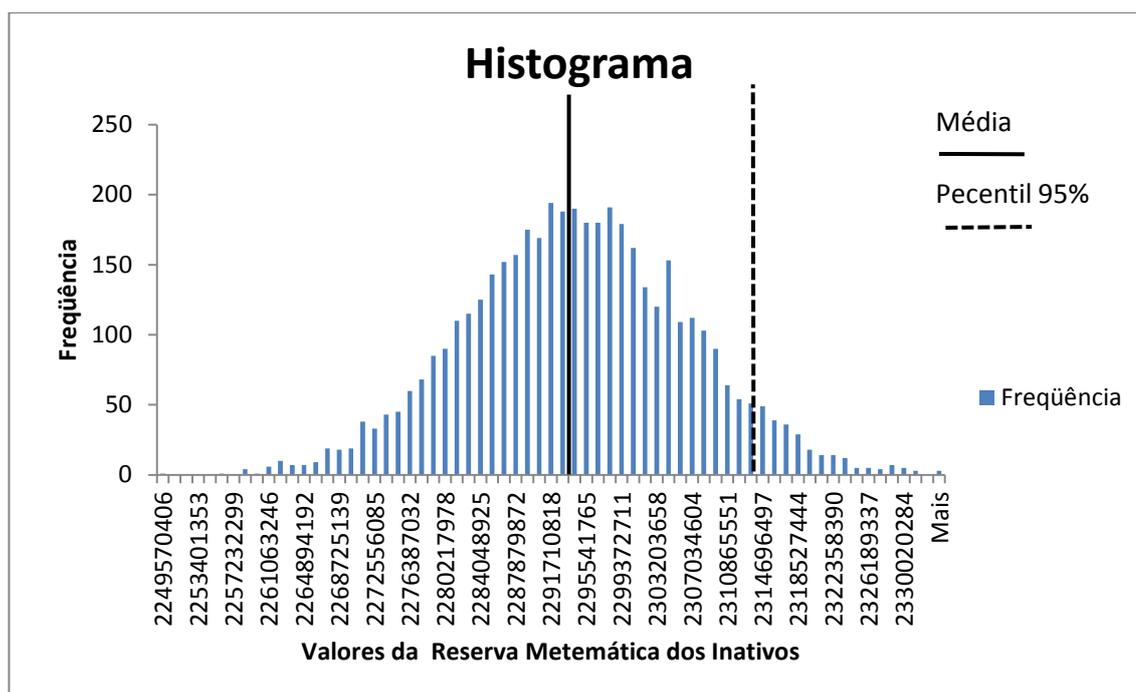


Figura 13: Histograma da Reserva Matemática dos Inativos pelo Método Estocástico

A Figura 13 representa a distribuição de probabilidade empírica do passivo atuarial referente aos inativos. O valor da média encontrada foi de R\$ 2.293.831.667,39, isto é, há uma possibilidade de cinquenta por cento de chance para que o custo previdenciário referente àqueles que estejam assistidos seja maior que este valor e cinquenta por cento de chance que o custo esteja abaixo da média.

Comparando-se as reservas obtidas através dos dois métodos, tem-se que o valor do passivo atuarial determinístico supera em aproximadamente R\$9.500.000,00 o valor esperado para o passivo atuarial estocástico. Porém, as EFPC's utilizam uma margem de segurança maior a fim de reduzir os riscos de insolvência dos seus pagamentos futuros, ou seja, utilizam um percentil que cause para o fundo de pensão um maior grau de confiabilidade de seus custos. Escolhendo-se o percentil de 95%, temos que o valor

alcançado para a reserva matemática é de R\$ 2.314.200.878,07 superando em R\$10.700.000,00 a reserva encontrada pelo método tradicional.

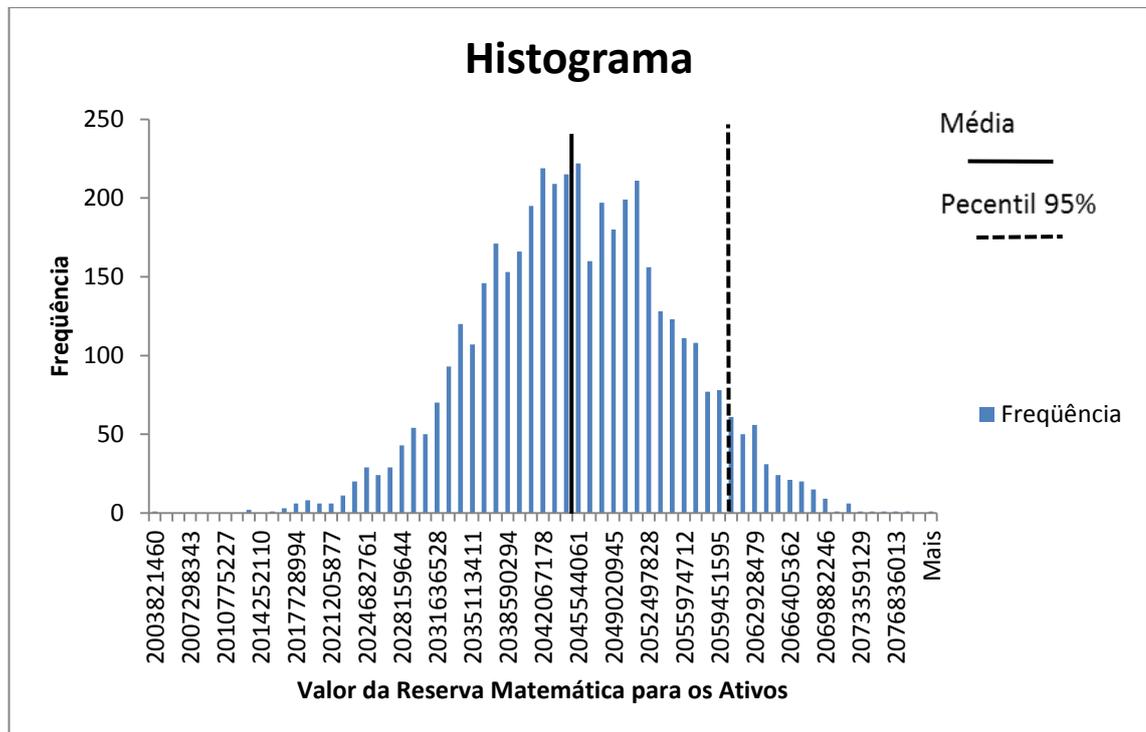


Figura 14: Histograma da Reserva Matemática dos Ativos pelo Método Estocástico

A Figura 14 representa a distribuição de probabilidade empírica do passivo atuarial referente aos Ativos. O valor da média encontrada foi de R\$ 2.044.805.927,01. Fazendo-se uma análise comparativa entre as reservas obtidas através dos dois métodos, tem-se que o valor do passivo atuarial determinístico está aquém em aproximadamente R\$ 20.500.000,00 do valor esperado para o passivo atuarial estocástico.

Utilizando o grau de confiabilidade de 95%, tem-se que o valor alcançado para a reserva matemática é de R\$ 2.060.854.823,68 superando em quase R\$ 36.500.000,00 a reserva encontrada pelo método tradicional.

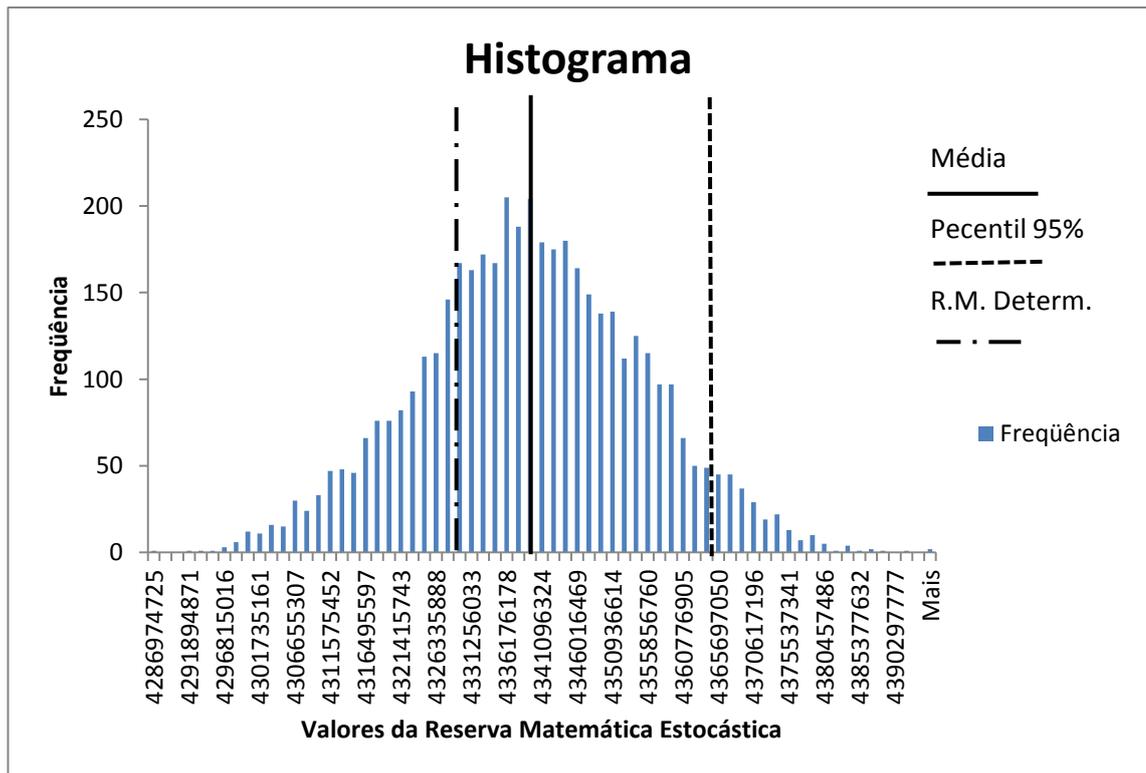


Figura 15: Histograma da Reserva Matemática Total pelo Método Estocástico

A Figura 15 apresenta a distribuição de probabilidade empírica do passivo atuarial. O valor da média encontrada foi de R\$ 4.338.637.594,41. Comparando-se as reservas obtidas através dos dois métodos, tem-se que o valor do passivo atuarial estocástico supera em aproximadamente R\$ 10.800.000,00 o valor esperado para o passivo atuarial determinístico.

Ao utilizar um grau de confiabilidade maior, a EFPC aumenta a sua margem de segurança minimizando, portanto, os riscos de não pagamento de seus compromissos. Admitindo-se que AEFPC opte por ter um grau de 95% de confiabilidade, o valor da reserva matemática obtido tem 95% de chance de estar abaixo de R\$ 4.3648.71.266,27, este resultado supera em quase R\$37.000.000,00 a reserva encontrada pelo método tradicional.

Conhecendo a distribuição empírica da reserva matemática, pode-se observar em que percentil está situada a reserva matemática calculada pelo método determinístico e, observar também, qual o seu valor correspondente a qualquer percentil desejado. O passivo atuarial calculado deterministicamente está situado no percentil 23,8% no histograma da reserva matemática estocástica e está representada pela linha tracejada à

esquerda do gráfico. Segue abaixo algumas estatísticas descritivas obtidas através das simulações.

Tabela 5: Estatística Descritiva da R.M. Estocástica

Média	R\$ 4.338.637.594,41
Desvio Padrão	15.603.669,36
Valor Máximo	R\$ 4.395.217.922,31
Valor Mínimo	R\$ 4.286.974.725,28
Coefficiente de Variação:	0,003596445

O passivo atuarial estocástico, respresentado na Figura 15, apresenta simetria em relação à média e apresentou pouca variabilidade, como mostra o coeficiente de variação. Este último resultado pode ter sido consequência das premissas definidas para seu cálculo, tais quais a idade de aposentadoria fixada em 65 anos não considerando a hipótese de aposentadoria por tempo de contribuição ou, podendo ser a principal causa, a falta de aleatoriedade das premissas utilizadas como taxa de juros, taxa de crescimento salarial.

O cálculo da reserva matemática através de Simulação de Monte Carlo fornece mais subsídio aos gestores dos fundos de pensão para tomadas de decisões, por apresentar um reconhecimento dos possíveis valores da reserva matemática. Com estas informações, é possível que haja uma integração ótima dos ativos e passivos das EFPC's minimizando os riscos da falta de liquidez dos pagamentos dos benefícios de aposentadoria e pensão.

4. CONCLUSÃO

As EPFC's tem papel essencial para a vida da população, pois complementa a renda dos segurados quando estes se encontram em inatividade, fazendo com que o padrão de vida se mantenha praticamente constante. Os fundos de pensão são também responsáveis por grandes investimentos na economia brasileira, funcionando como instrumento de poupança interna, seus recursos são aplicados em diferentes setores da economia gerando emprego e renda para sociedade onde estão inseridos.

Mensurar os compromissos do plano de benefício definido através de simulação de Monte Carlo permitiu fazer um amplo mapeamento do passivo atuarial, calcular os riscos envolvidos e projetar os desembolsos para fazer frente aos compromissos atuariais.

Os resultados obtidos através da simulação Monte Carlo para a reserva matemática estocástica apresentaram um percentual baixo de variabilidade medido através do coeficiente de variação. Este resultado apresentado pode ter sido em decorrência da falta de aleatorização das premissas definidas, já que a única premissa que foi considerada aleatória foi as probabilidades de morte/invalides e a reserva matemática nesta simulação.

Posteriormente um novo estudo pode ser feito da simulação da reserva matemática estocástica considerando não apenas as probabilidades de morte/invalides como aleatórias, mas também a taxa de juros, taxa de crescimento salarial, taxa de rotatividade e as demais premissas atuariais.

Enfim, a utilização da dinâmica de mensuração estocástica dos passivos atuariais poderá servir de insumo para estudos futuros para a gestão integrada de ativos e passivos atuariais dos fundos de pensão, isto é, um modelo de alocação ótima dos recursos, para que no futuro as EFPC cumpram com seus objetivos.

BIBLIOGRAFIA

ABRAPP - Associação Brasileira de Previdência Privada. Consolidado Estatístico. São Paulo: 2012. Disponível em <http://www.abrapp.org.br>

ABRAPP – Associação Brasileira de Previdência Privada; ICSS – Instituto Cultural de Seguridade Social; Sindapp – Sindicato Nacional das Entidades Fechadas de Previdência Privada. Como criar um fundo de pensão a partir do novo vínculo associativo. São Paulo: 2003.

ALLEN JR, Everett T, et al. Planos de Aposentadoria: participação nos lucros e outros planos de remuneração diferida. São Paulo: ICSS, 1994.

DIAS, Cícero Rafael; SANTOS, Josenildo. Mensuração de passivo atuarial de fundos de pensão: uma visão estocástica.

DOMENEGHETTI, Valdir. Previdência Complementar – Gestão Financeira de Fundos de Pensão, Inside Books Editora Ltda., Ribeirão Preto: 2009.

MARTINS, Marco Antônio dos Santos. Gestão de Risco em Entidades fechadas de Previdência Complementar – EFPC – Fundos de Pensão. Dissertação (Mestrado) – UFRGS, Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Administração – Porto Alegre, 2010.

RESOLUÇÃO MPS/CGPC Nº 18, DE 28 DE MARÇO DE 2006 - DOU DE 05/04/2006 - RETIFICADO

ROCHA, CLEIDE BARBOSA; MOTTA, LUIZ FELIPE Passivo atuarial estocástico de fundos de pensão: Ferramenta necessária ao equilíbrio de longo prazo entre ativos/investimentos e passivos. – PUC –Rio.

SCHMITT, RITA R. KETZER. Desenvolvimento de um modelo de Balance Scorecard para uma entidade de previdência complementar. Dissertação (mestrado) – UFRGS, Dissertação do Programa de Pós Graduação em Economia – Mestrado Profissional. Porto Alegre: 2004.

APÊNDICE

O script do programa utilizado para simular o passivo atuarial estocástico encontra-se a seguir:

```

import java.util.Random;
import java.util.Random;
public class Monografia4 {
    static int idadeapos = 65;
    static double juros = 6;
    static double cressal = 1;
    //static int idade= 30;
    //static double salario = 1000;
    static double Custo(double revapos, double revpensao) {
    // ler os dados
    Dados dado = new Dados();
    String dados[][] = dado.Dados();
        // ler salarios
    Salário sal = new Salário();
    double vcsal[][] = sal.CresSal();
    double vcsaltodo[][] = sal.CresSalTodo();
    double vpcressal[][] = sal.VPCresSal();
        double somavpcressal[] = sal.SomaVPCresSal();
    double vpsalarios = sal.SomaVPSalarios();
    // ler tabuas
    Tabuas tab = new Tabuas();
    String IBGEfemAV[][] = tab.IBGEfemAV();
    String IBGEmasAV[][] = tab.IBGEmasAV();
    String IBGEf[][] = tab.IBGEfem();
    String IBGEh[][] = tab.IBGEmas();
    String IAPB[][] = tab.IABPB57();
    String AV[][] = tab.AlvaroVindas();
    Random rand = new Random () ;
    int temp =0;
    double reserva1[] = new double [5543];
    double reserva2[] = new double [5543];
    double reserva3[] = new double [5543];
    double reserva4[] = new double [5543];
    double reserva5[] = new double [5543];

```

```

double soma=0;
double soma1=0;
double soma2=0;
double soma3=0;
double soma4=0;
double soma5=0;
//int a = idade;
for (int i=0; i<10000;i++){
    for (int l = 0; l < 5543; l++) {
        double id = Double.parseDouble(dados[l][3]);
        int idade = (int) id;
        double sexo = Double.parseDouble(dados[l][1]);
        int a = idade;
        int tempor = idadeapos - a;
        int b =0;
        if (sexo ==0){
            while (idade< 110){
                double num = rand.nextDouble();
                if (num < Double.parseDouble(IBGEfemAV[idade][6])){
                    idade = idade+1;
                    if (idade > 65){
                        reserva1[l] = vcsaltodo[l][tempor-1] x Math.pow((1/1.06), (idade-a))x13;
                        soma1 = soma1+reserva1[l];
                    }
                }else if (num > Double.parseDouble(IBGEfemAV[idade][6]) +
Double.parseDouble(IBGEfemAV[idade][4]) & idade< 65 ){
                    idade = idade+4;
                    b=a+4;
                    while (idade<110){
                        double num1 = rand.nextDouble();
                        if (num1 < Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
                            idade = idade+1;
                            reserva2[l] = vcsaltodo[l][tempor-1] x revpensao x Math.pow((1/1.06), (idade-b))x13;
                            soma2 = soma2+reserva2[l];
                        }else if (num1 > Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
                            idade = 1000;
                        }
                    }
                } else if (num < Double.parseDouble(IBGEfemAV[idade][6]) +
Double.parseDouble(IBGEfemAV[idade][4]) & idade<65 ){

```

```

while (idade < 110){
double num2 = rand.nextDouble();
idade = idade+1;
if (num2 < Double.parseDouble(IBGEf[idade][2])){
reserva3[1] = vcsaltodo[1][tempor-1] x Math.pow((1/1.06), (idade-a)) x 13;
soma3 = soma3 + reserva3[1];
} else if ( num2 > Double.parseDouble(IBGEf[idade][2])){
idade = idade +4;
b = a+4;
while (idade < 110){
double num3 = rand.nextDouble();
if (num3 < Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
reserva4[1] = vcsaltodo[1][tempor-1] x revpensao x Math.pow((1/1.06), (idade-
b)) x 13;
idade = idade+1;
soma4 = soma4 + reserva4[1];
} else if (num3 > Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
idade = 1000;
}
}
} else if (num > Double.parseDouble(IBGEfemAV[idade][6]) & idade > 65){
idade = idade +4;
b = a+4;
while (idade < 110){
double num3 = rand.nextDouble();
if (num3 < Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
reserva5[1] = vcsaltodo[1][tempor-1] x revpensao x Math.pow((1/1.06), (idade-b)) x 13;
idade = idade+1;
soma5 = soma5 + reserva5[1];
} else if (num3 > Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
idade = 1000;

}
}
} else if (sexo == 1){
while (idade < 110){
double num = rand.nextDouble();

```

```

if (num < Double.parseDouble(IBGEmasAV[idade][6])){
idade = idade+1;
if (idade > 65){
reserva1[1] = vcsaltodo[1][tempor-1] x Math.pow((1/1.06), (idade-a))x13;
soma1 = soma1+reserva1[1];
}
}else if (num > Double.parseDouble(IBGEmasAV[idade][6]) +
Double.parseDouble(IBGEmasAV[idade][4])){
idade = idade-4;
b=a-4;
while (idade<110){
double num1 = rand.nextDouble();
if (num1 < Double.parseDouble(IBGEf[idade][2])){
idade = idade+1;
reserva2[1] = vcsaltodo[1][tempor-1] x revpensao x Math.pow((1/1.06), (idade-b))x13;
soma2 = soma2+reserva2[1];
}else if (num1 > Double.parseDouble(IBGEf[idade][2])){
idade = 1000;
}
}
} else if (num < Double.parseDouble(IBGEmasAV[idade][6]) +
Double.parseDouble(IBGEmasAV[idade][4])){
while (idade< 110){
double num2 = rand.nextDouble();
idade = idade+1;
if (num2<Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
reserva3[1] = vcsaltodo[1][tempor-1]xMath.pow((1/1.06), (idade-a))x13;
soma3 = soma3+reserva3[1];
}else if ( num2 > Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
idade =idade +4;
b=a+4;
while (idade <110){
double num3 = rand.nextDouble();
if (num3 < Double.parseDouble(IBGEf[idade][2])){
reserva4[1] = vcsaltodo[1][tempor-1] x revpensao x Math.pow((1/1.06), (idade-b))x13;
idade = idade+1;
soma4 = soma4+reserva4[1];
}else if (num3 > Double.parseDouble(IBGEf[idade][2])){
idade = 1000;
}
}
}
}

```

```

    }
    }
    }
    }else if (num > Double.parseDouble(IBGEfemAV[idade][6]) & idade > 65){
    idade =idade +4;
    b=a+4;
    while (idade < 110){
    double num3 = rand.nextDouble();
    if (num3 < Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
    reserva5[1] = vcsaltodo[1][tempor-1] x revpensao x Math.pow((1/1.06), (idade-b))x13;
    idade = idade+1;
    soma5 = soma5+reserva5[1];

}
}
}
}else if (num3 > Double.parseDouble(IBGEh[idade][2])){
idade = 1000;
}
}
}
}
reserva1[1]=0;
reserva2[1]=0;
reserva3[1]=0;
    reserva4[1]=0;
reserva5[1]=0;
}
    System.out.println(soma1+soma2+soma3+soma4+soma5);
soma1=0;
soma2=0;
soma3=0;
soma4=0;
soma5=0;
}
return 0;
}
}
}
}

```