

VICENTE RIBEIRO SIMONI

**TRATAMENTO DE REQUISITOS PARA USO DO FLUXO DE
POTÊNCIA ÓTIMO EM TEMPO REAL**

Recife - Pernambuco - Brasil

Fevereiro de 2010



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**TRATAMENTO DE REQUISITOS PARA USO DO FLUXO DE
POTÊNCIA ÓTIMO EM TEMPO REAL**

por

VICENTE RIBEIRO SIMONI

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

ORIENTADOR: PROF. GERALDO LEITE TORRES, PhD

Recife, Fevereiro de 2010.

©Vicente Ribeiro Simoni, 2010

S599t

Simoni, Vicente Ribeiro.

Tratamento de Requisitos para Uso do Fluxo de Potência Ótimo em Tempo Real / Vicente Ribeiro Simoni. – Recife: O Autor, 2010.

xix, 93 folhas, il., gráfs., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2010.

Inclui referências bibliográficas e anexos.

1. Engenharia Elétrica. 2. Fluxo de Potência Ótimo.
3. Solução Discreta. 4. Pontos Interiores – Método. I. Título.

621.3 CDD (22.ed.)

BCTG/2010-066



Universidade Federal de Pernambuco

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE
DISSERTAÇÃO DO MESTRADO ACADÊMICO DE

VICENTE RIBEIRO SIMONI

TÍTULO

**“TRATAMENTO DE REQUISITOS PARA USO DO FLUXO DE
POTÊNCIA ÓTIMO EM TEMPO REAL”**

A comissão examinadora composta pelos professores: GERALDO LEITE TORRES, DEESP/UFPE, RONALDO RIBEIRO BARBOSA DE AQUINO, DEESP/UFPE e ANTÔNIO CARLOS ZAMBRONI DE SOUZA, DEE/UNIFEI sob a presidência do primeiro, consideram o candidato **VICENTE RIBEIRO SIMONI APROVADO.**

Recife, 26 de fevereiro de 2010.

RAFAEL DUEIRE LINS
Coordenador do PPGEE

GERALDO LEITE TORRES
Orientador e Membro Titular Externo

ANTÔNIO CARLOS ZAMBRONI DE SOUZA
Membro Titular Externo

RONALDO RIBEIRO BARBOSA DE AQUINO
Membro Titular Interno

A Isis,
a minha mãe, Sonia,
a meu pai, Vicente,
a minha avó, Esther
e a meu avô, Henrique (*in memoriam*),
pelo carinho, companhia e amor ao longo de vários anos de vida,
DEDICO.

Agradecimentos

A Isis, pelo carinho, apoio e companhia incondicional.

Aos meus pais, Sonia e Vicente, e aos meus avós, Esther e Henrique (*in memoriam*), pelo inestimável esforço despendido na minha criação e educação. O suporte de todos vocês foi fundamental para meu crescimento pessoal e intelectual.

Ao meu orientador, Geraldo Leite Torres, pelo constante incentivo e rigor na minha formação acadêmica. Agradeço também a hospitalidade e a oportunidade de ter conhecido a *University of Waterloo*, no Canadá. Essa visita foi de grande importância para aperfeiçoar e adquirir conhecimentos necessários ao desenvolvimento da pesquisa.

Aos professores Ronaldo Ribeiro Barbosa de Aquino e Pedro André Carvalho Rosas, pela parceria em projetos de pesquisa.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica e Sistemas de Potência, pelo aprendizado em suas disciplinas.

A David, Andréa, Ranieri e Carlos pela convivência e parceria no LOASP.

A Tatiana, Ricardo, Fernando, Marcelo, Anselmo, Rodrigo, David, Rafael, Diego, Gilberto, Sunderlene, Cristiane e Priscila, amigos da graduação em engenharia elétrica. A Hugo, Janise, Agnaldo e Otoni, amigos e colegas de pesquisa.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), por possibilitar e financiar a pesquisa por meio da concessão de uma bolsa de mestrado.

Resumo da Dissertação apresentada à Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

TRATAMENTO DE REQUISITOS PARA USO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO EM TEMPO REAL

Vicente Ribeiro Simoni

Fevereiro de 2010

Orientador: Prof. Geraldo Leite Torres, PhD

Área de Concentração: Processamento da Energia

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo, Métodos de Pontos Interiores, Cálculo de Soluções Discretas, Inviabilidades na Solução, Supressão de Ajustes Ineficazes.

Número de Páginas: 94

O problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) vem sendo estudado desde a década de 1960 e vários métodos de solução são encontrados na literatura. Apesar do grande avanço alcançado na formulação e resolução, o uso do FPO em tempo real requer o atendimento de vários requisitos. Um desses requisitos é o tratamento dos controles discretos, como compensação reativa paralela e tape de transformador. Um outro requisito é o tratamento de problemas inviáveis. Um problema é inviável se uma ou mais restrições não podem ser atendidas, resultando na não-convergência do algoritmo de solução. Em vez da simples informação de não-convergência é desejável que o programa de FPO obtenha um ponto de operação em que as restrições são minimamente violadas. Uma terceira dificuldade diz respeito à implementação dos controles calculados pelo FPO. O número de ajustes de controles calculados é usualmente muito grande, impedindo que a solução do FPO seja seguida na íntegra. Assim, o número de controles modificados deve ser reduzido por meio da supressão dos ajustes menos eficazes. Essa Dissertação faz uma contribuição em direção ao uso do FPO em tempo real ao abordar esses três requisitos. Com relação ao tratamento de controles discretos, são propostas duas metodologias para a discretização da solução contínua do FPO. É proposta uma metodologia para identificação da inviabilidade durante o processo iterativo, utilizando um indicador obtido a partir das variáveis de folga e os multiplicadores de Lagrange, e o posterior tratamento pela relaxação dos limites causadores da inviabilidade. Por fim, é proposta uma metodologia para supressão dos ajustes ineficazes e redução do número de controles que precisam efetivamente ser reajustados. São realizados testes computacionais com os sistemas do IEEE de até 300 barras e dois sistemas reais. As discussões dos resultados ressaltam as vantagens e limitações das metodologias propostas.

Abstract of Dissertation Presented to the Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) as Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master in Electrical Engineering.

TREATMENT OF REQUIREMENTS FOR THE USE OF OPTIMAL POWER FLOW IN REAL TIME

Vicente Ribeiro Simoni

February 2010

Supervisor: Prof. Geraldo Leite Torres, PhD

Area of Concentration: Energy processing

Keywords: Optimal Power Flow, Interior-Point Methods, Discrete Controls, Treatment of Infeasibility, Suppression of Ineffective Adjustments.

Number of Pages: 94

The Optimal Power Flow (OPF) problem has been studied since the 1960's and several solution methods are available in the literature. In spite of the great development achieved, application of OPF in real time depends on the treatment of several requirements. One requirement is the need for modeling a large number of controls that move only in discrete steps, such as shunt reactive compensation and transformer taps. Another requirement is the capacity to deal with infeasible cases. A problem instance is infeasible when one or more constraints cannot be satisfied, resulting in convergence failure of the solution algorithm. However, it is better to have an approximated solution, where constraints violations are minimized, than having no solution at all. A third difficulty regards the implementation of the optimal control changes calculated by the OPF. The number of controls changes to be implemented is usually very large, and the less effective ones should be suppressed. This Dissertation makes a contribution towards the use of OPF in real time by addressing the three issues discussed. Regarding the treatment of discrete controls, two approaches for discretization of a continuous OPF solution are proposed. Also proposed is a methodology for infeasibility detection and handling, based on information gathered from slack variables and Lagrange Multipliers followed by a relaxation of the infeasible limits. Finally, it is proposed a methodology for suppressing ineffective controls and reducing the number of controls effectively used. The proposed methodologies are tested in the IEEE test systems of up to 300 buses and two actual systems. The discussions of the numerical results point out the advantages and limitations of the proposed methodologies.

Sumário

Lista de Acrónimos	x
Lista de Símbolos	xii
Lista de Figuras	xiv
Lista de Tabelas	xv
Lista de Algoritmos	xviii
1. Introdução	1
1.1. Objetivos da Pesquisa	6
1.2. Composição da Dissertação	6
2. Modelos de Fluxo de Potência Ótimo	8
2.1. Forma Geral do Problema	9
2.2. Equações Básicas de Fluxo de Potência	11
2.2.1. Modelagem de Linhas de Transmissão	12

2.2.2.	Modelagem de Transformadores	13
2.2.2.1.	Modelagem de Transformadores Em-Fase	14
2.2.2.2.	Modelagem de Transformadores Defasadores	15
2.2.3.	Equações Gerais de Fluxo de Potência	16
2.2.4.	Injeção de Potência em uma Barra	16
2.3.	Formulações de Fluxo de Potência Ótimo	17
2.3.1.	Minimização das Perdas Ativas na Transmissão	17
2.4.	Fluxo de Potência Ótimo em Tempo Real	19
2.5.	Estado da Arte das Técnicas de Solução	20
3.	Métodos de Pontos Interiores para Programação Não-Linear	23
3.1.	O Método Primal-Dual de Pontos Interiores	24
3.1.1.	Cálculo das Direções de Busca	26
3.1.2.	Atualização das Variáveis	27
3.1.3.	Redução do Parâmetro de Barreira	28
3.1.4.	Testes de Convergência	29
3.2.	O Método Preditor-Corretor de Pontos Interiores	29
3.2.1.	O Passo Preditor	31
3.2.2.	O Passo Corretor	32
4.	Tratamento de Requisitos do FPO em Tempo Real	34
4.1.	Cálculo de Soluções Discretas	35
4.1.1.	Motivação	35
4.1.2.	Metodologia I: Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Po- linômios	36
4.1.3.	Metodologia II: Funções de Complementaridade Não-Lineares	40
4.2.	Tratamento de Inviabilidades	45
4.2.1.	Motivação	45
4.2.2.	Identificação de Inviabilidade Durante a Solução	47

4.2.3. Formulação da Metodologia de Mínima Violação dos Limites Operacionais	48
4.3. Supressão de Ajustes Ineficazes	50
4.3.1. Formulação para Supressão de Ajustes Ineficazes	51
5. Resultados Numéricos	54
5.1. Caso Base	55
5.2. Cálculo de Soluções Discretas	56
5.2.1. Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios	57
5.2.2. Funções de Complementaridade Não-Lineares	60
5.3. Tratamento de Inviabilidades	63
5.4. Supressão de Ajustes Ineficazes	68
6. Conclusões	76
6.1. Limitações	78
6.2. Perspectivas de Trabalhos Futuros	78
Referências Bibliográficas	79
Anexo	84
A. Dados Gerais de Discretização de Compensação Paralela	85
B. Derivadas de Injeção de Potência	88
B.1. Derivadas de Primeira Ordem de Injeção de Potência Ativa	88
B.2. Derivadas de Primeira Ordem de Injeção de Potência Reativa	89
B.3. Derivadas de Segunda Ordem de Injeção de Potência Ativa	90
B.4. Derivadas de Segunda Ordem de Injeção de Potência Reativa	91
B.5. Tabelas de Derivadas de Segunda Ordem de Injeção de Potência Ativa e Reativa	92

Lista de Acrônimos

PL	Programação Linear.
PLS	Programação Linear Sucessiva.
PQ	Programação Quadrática.
PQS	Programação Quadrática Sucessiva.
PNL	Programação Não-Linear.
PI	Pontos Interiores.
PD	Primal-Dual Simplex.
PDPC	Primal-Dual Predictor-Corretor.
KKT	Condições de Karush-Kuhn-Tucker.
FPO	Fluxo de Potência Ótimo.
LTC	<i>Load Tap Changer.</i>
MVLO	Mínima Violação dos Limites Operacionais.
LOASP	Laboratório de Otimização Aplicada a Sistemas de Potência.
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco.
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers.</i>
EMS	<i>Energy Management System.</i>

Lista de Símbolos

E_i	Tensão complexa na barra i .
V_i	Módulo da tensão na barra i .
θ_i	Ângulo da tensão na barra i .
I_{ij}	Corrente complexa da barra i para a barra j .
y_{ij}	Admitância no ramo ij .
g_{ij}	Condutância no ramo ij .
b_{ij}	Susceptância no ramo ij .
Y_{ij}	Elemento ij da matriz admitância de barra Y .
G_{ij}	Elemento ij da matriz condutância de barra G .
B_{ij}	Elemento ij da matriz susceptância de barra B .
a_{ij}	Tape complexo no ramo ij .
t_{ij}	Módulo do tape no ramo ij .
φ_{ij}	Ângulo de defasagem do tape complexo a_{ij} .
\mathcal{N}	Conjunto de todas as barras do sistema.
$\tilde{\mathcal{N}}$	Conjunto de todas as barras exceto a barra de folga.
\mathcal{G}	Conjunto de todas as barras de geração.

\mathcal{B}	Conjunto de pares de barras terminais dos ramos do sistema.
\mathcal{T}	Conjunto das barras terminais dos transformadores com LTC.
\mathcal{C}	Conjunto das barras de carga candidatas ao controle de reativo.
\mathcal{F}	Conjunto das barras com fontes fixas de reativo <i>shunt</i> .
P_i^G	Potência ativa gerada na barra i .
P_i^D	Potência ativa demandada na barra i .
P_i	Potência ativa injetada na barra i .
Q_i^G	Potência reativa gerada na barra i .
Q_i^D	Potência reativa demandada na barra i .
Q_i	Potência reativa injetada na barra i .
P_{Perdas}	Perdas ativas totais no sistema de transmissão.
x	Vetor de variáveis do problema de otimização.
$f(x)$	Função-objetivo.
$g(x)$	Vetor das funções de restrições de igualdade.
x_l	Vetor de variáveis sujeitas a limites simples.
\underline{x}_l	Vetor de limites inferiores.
\overline{x}_l	Vetor de limites superiores.
x_{di}	Variável que admite apenas valores discretos.
\mathcal{X}_{di}	Conjunto de valores discretos admitidos pela variável x_{di} .
d_{ij}	j -ésimo valor discreto admitido pela variável x_{di} .
$p(x_{di})$	Polinômio cujas raízes são os valores discretos admitidos pela variável x_{di} .
μ	Parâmetro de barreira.

Lista de Figuras

1.1. Região de segurança para estudos de fluxo de potência (Adaptada de [1]).	4
1.2. Valor do objetivo em função do número de ações de controle usadas para resolver um problema de FPO (Adaptada de [2]).	6
2.1. Definições de sinais de corrente elétrica.	11
2.2. Modelo π -nominal de uma linha de transmissão.	13
2.3. Modelo de um transformador em-fase.	14
4.1. Exemplo de curva associada a um polinômio de segundo grau.	38
4.2. Exemplo de polinômio utilizado na Metodologia I.	38
4.3. Exemplo de caso viável.	46
4.4. Exemplo de caso inviável.	46
4.5. Restrição inferior ativa.	48
4.6. Restrição superior ativa.	48
5.1. Polinômio $p(x_{d_i})$ em que $d_{i_1} = 0,9470$ e $d_{i_2} = 0,9596$, utilizado para discretização da variável tape do ramo 11 do sistema IEEE de 30 barras.	60

- 5.2. Polinômio $P(x_{d_i})$ em que $d_{i_1} = 0,9470$ e $d_{i_2} = 0,9596$, utilizado para discretização da variável tape do ramo 11 do sistema IEEE de 30 barras. . . 60
- 5.3. Comportamento típico do passo primal no algoritmo PD para uma condição inviável de carregamento do sistema IEEE 118 barras. 68

Lista de Tabelas

5.1. Tamanho dos sistemas de potência e dimensão do problema padrão (2.1).	55
5.2. Carregamento e perdas ativas totais iniciais.	55
5.3. Número de iterações realizadas, perdas ativas mínimas e tempo de solução.	56
5.4. Parâmetros utilizados pelos métodos PD e PDPC.	56
5.5. Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.10), para discretização apenas das variáveis tape.	57
5.6. Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.10), para discretização apenas das variáveis compensação paralela.	58
5.7. Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.10), para discretização das variáveis tape e compensação paralela.	58
5.8. Formulação (4.10), IEEE de 30 barras com discretização apenas das variáveis tape.	59
5.9. Formulação (4.10), IEEE de 30 barras com discretização apenas das variáveis compensação paralela.	59
5.10. Formulação (4.10), IEEE de 30 barras com discretização das variáveis tape e compensação paralela.	59

5.11. Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.19), para discretização apenas das variáveis tape.	61
5.12. Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.19), para discretização apenas das variáveis compensação paralela.	61
5.13. Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.19), para discretização das variáveis tape e compensação paralela.	62
5.14. Resumo dos resultados obtidos pela metodologia de MVLO utilizando os algoritmos PD e PDPC com passos iguais.	64
5.15. Algumas iterações do processo que levou à falha do método PDPC para o sistema REAL-R.	64
5.16. Resumo dos resultados obtidos pela metodologia de MVLO utilizando os algoritmos PD e PDPC com passos distintos.	64
5.17. Iterações do método PDPC com comprimentos de passo distintos para o sistema REAL-R.	65
5.18. Indicações de violações inferiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos iguais.	66
5.19. Indicações de violações superiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos iguais.	66
5.20. Indicações de violações inferiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos distintos.	67
5.21. Indicações de violações superiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos distintos.	67
5.22. Resumo dos resultados obtidos para a Fase II.	69
5.23. Resumo dos resultados obtidos para a Fase III.	69
5.24. Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD, para controles efetivos nas fases I, II e III (Parte I).	71
5.25. Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD, para controles efetivos nas fases I, II e III (Parte II).	72

5.26. Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD, para controles omitidos para as fases I, II e III.	72
5.27. Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PDPC, para controles efetivos para as fases I, II e III (Parte I).	73
5.28. Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PDPC, para controles efetivos para as fases I, II e III (Parte II).	74
5.29. Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PDPC, para controles omitidos para as fases I, II e III.	74
5.30. Testes do sistema IEEE de 57 barras com diferentes combinações de controles efetivos.	75
5.31. Testes do sistema IEEE de 300 barras com diferentes combinações de controles efetivos.	75
A.1. Comprimentos de passo em MVAR e número de passos para variáveis compensação paralela para sistemas IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras.	86
A.2. Comprimentos de passo em MVAR e número de passos para sistema IEEE de 300 barras.	87
B.1. Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial \theta \partial \theta}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta \partial \theta}$	92
B.2. Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial \theta \partial V}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta \partial V}$	93
B.3. Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial V \partial V}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial V \partial V}$	93
B.4. Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial t \partial t}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial t \partial t}$	93

Lista de Algoritmos

3.1. Método Primal-Dual de PI para resolver o problema (2.1).	26
3.2. Método Primal-Dual Preditor-Corretor de Pontos Interiores para resolver o problema (2.1).	33
4.1. Cálculo dos coeficientes polinomiais.	37
4.2. Método de identificação e relaxação de limites causadores da inviabilidade de um problema de FPO na forma padrão (2.1).	50
4.3. Método de modificação de limites para aplicação no problema (4.45).	52

Capítulo 1

Introdução

O CONTROLE DA OPERAÇÃO de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), visando à economia dos recursos disponíveis e respeitando os níveis adequados de segurança, é uma tarefa extremamente difícil. A decisão sobre uma ação ótima de controle pode ser tomada de forma eficiente, em modo de planejamento ou em tempo real, com o auxílio de um programa computacional de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), o qual é parte integrante de um Sistema de Gerenciamento de Energia (EMS: *Energy Management System*). Problemas de FPO de grande escala vêm sendo resolvidos de modo eficiente por métodos de Pontos Interiores (PI) [3–6], em especial os métodos Primal-Dual Simplex, Primal-Dual Predictor-Corretor e de Múltiplas Correções de Centralidade [7].

A utilização de um programa de FPO em tempo real requer uma solução computacional rápida e de alta confiabilidade [8]. Uma das dificuldades encontradas na solução de problemas de FPO se deve à natureza discreta de interação entre o sistema elétrico e alguns de seus equipamentos, tais como transformadores com dispositivos de comutação de tape sob carga (LTC: *Load Tap Changer*), capacitores e reatores [2, 8–18]. Nesses equipamen-

tos, o controle é realizado apenas em passos discretos, que podem ser grandes ou pequenos, uniformes ou irregulares. Os métodos de PI utilizados para solução de problemas de FPO são métodos contínuos de otimização, o que dificulta a incorporação de variáveis discretas correspondentes à representação fiel desses equipamentos. Por outro lado, uma formulação matemática rigorosa de um problema de FPO com variáveis discretas é reconhecidamente um problema combinatório extremamente complexo [12, 13, 15, 19] e, portanto, para tornar o mesmo tratável e possibilitar sua aplicação em tempo real, algumas simplificações são necessárias. De forma geral, essas simplificações visam o baixo custo computacional e tem como objetivo obter uma solução que seja melhor do que aquela resultante do simples arredondamento para o valor discreto mais próximo, como é usualmente empregado na prática.

Em [2], os autores estabeleceram uma metodologia para o tratamento de variáveis discretas no FPO baseada na utilização de funções lineares e quadráticas de penalidade. A metodologia consiste em resolver o problema de FPO usando variáveis contínuas, mas penalizando a função-objetivo com uma função linear da distância entre o valor contínuo das variáveis referentes a controles discretos e o ponto médio do intervalo que contém esse valor contínuo. Esse intervalo é definido por dois passos discretos adjacentes. Quando a distância entre o valor contínuo e um dos valores discretos extremos é menor que uma tolerância estabelecida, uma função quadrática de penalidade é imposta para assegurar que o valor contínuo ficará próximo ao valor discreto. O problema é considerado resolvido quando todas as variáveis correspondentes a controles discretos estão fixas em um dos valores discretos extremos do intervalo.

Em [10], os autores propuseram a formulação de um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para alocação ótima de fontes de potência reativa, tratando o número de capacitores e reatores como uma variável discreta. Já as referências [11–13] formam, talvez, um dos conjuntos mais completos disponíveis na literatura sobre discretização de controles em estudos de FPO. Em [11], os autores discutiram a influência da inicialização, do desacoplamento e da discretização sobre a solução de problemas de FPO. Ainda, de acordo com os testes realizados em [11], o impacto da discretização de taps de transformadores na solução é mínimo, sugerindo que, para fins práticos, essas variáveis podem ser consideradas contínuas durante o processo de solução do FPO e, então, arredondadas para o valor discreto mais próximo.

De acordo com [12], o arredondamento de variáveis correspondentes a controles discretos para o valor discreto mais próximo, em controles com grandes magnitudes de passo como capacitores e reatores, pode degradar significativamente a otimalidade da solução.

Adicionalmente, essa referência propõe uma metodologia de discretização que penaliza a função-objetivo à medida que os valores contínuos das variáveis correspondentes a controles discretos se afastam dos valores discretos permitidos. Ainda, é realizada uma comparação entre a metodologia proposta e outras técnicas de discretização usualmente empregadas. Em [13], um algoritmo de controle discreto, para aplicação direta em controle de magnitude de tensão em estudos de fluxo de potência tradicional, foi desenvolvido e testado em alguns sistemas práticos. Em [14], uma metodologia para despacho ótimo de fontes de potência reativa foi proposta e testada. O problema foi resolvido por um método de Programação Não-Linear Inteira Mista (PNLIM), no qual os controles discretos são representados por variáveis binárias.

Em [15], um método Preditor-Corretor de PI para solução de problemas de FPO em coordenadas retangulares foi desenvolvido e extensivamente testado. Ainda, uma estratégia para tratamento de controles discretos a partir de métodos de PI foi proposta. Em [16], uma metodologia para discretização, baseada em uma função quadrática de penalidade, foi apresentada. O termo de penalização é função da distância entre o valor contínuo da variável correspondente a um controle discreto e os valores discretos permitidos para esse controle. Recentemente, [17] utilizou a interação entre um Algoritmo Genético (AG) e um método de PI para resolver um problema de FPO, o qual foi dividido em dois subproblemas. No primeiro, o AG resolve um subproblema discreto, com valores fixos para as variáveis correspondentes a controles contínuos. No segundo, o método de PI resolve um problema contínuo, com valores fixos, resultantes da solução do subproblema discreto, para as variáveis correspondentes a controles discretos. O problema é então resolvido solucionando-se os dois subproblemas de maneira alternada.

Em [18], um método de PI *Cutting Plane* é utilizado para resolver um subproblema que trata os controles discretos. Ainda, de acordo com [18], algoritmos de busca combinatorial como *Branch and Bound* e *Cutting Plane* são algoritmos de tempo não polinomial, o que os tornam impraticáveis em aplicações de grande escala, como problemas de fluxo de potência ótimo. Adicionalmente, segundo [18], algumas técnicas de otimização global como AG, *Simulated Annealing* e Busca Tabu têm sido aplicadas em problemas de FPO como forma de tratamento de controles discretos, porém apresentam desvantagens como, por exemplo, elevado tempo de processamento.

Uma outra dificuldade encontrada na solução de problemas de FPO, visando a sua aplicação em tempo real, é o tratamento de casos inviáveis [1, 3, 8, 9, 20–22]. De forma geral, um problema de FPO pode ser dito inviável quando os limites operacionais do sistema não podem ser respeitados. A região de segurança em estudos de fluxo de potência,

representada por \mathcal{S} nesse texto, é definida como a união da região viável \mathcal{V} com a região inviável $\overline{\mathcal{V}}$, a qual é o complemento de \mathcal{V} com respeito a \mathcal{S} . Os conjuntos \mathcal{V} e $\overline{\mathcal{V}}$ podem ser ilustrados de acordo com a Figura 1.1. Rigorosamente, $\overline{\mathcal{V}}$ pode ser definido como o conjunto de pontos nos quais o fluxo de potência tradicional tem solução, porém um ou mais limites operacionais do sistema são violados. Já a região insegura, representada por $\overline{\mathcal{S}}$ na Figura 1.1, é caracterizada pela impossibilidade de se obter uma solução para o fluxo de potência tradicional.

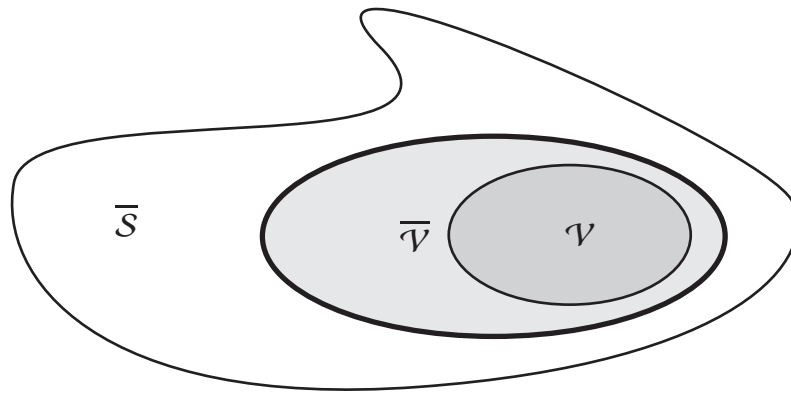


Figura 1.1: Região de segurança para estudos de fluxo de potência (Adaptada de [1]).

Em vez de finalizar o processo como não resolvido, os programas de FPO devem identificar problemas inviáveis, bem como os limites que causam a inviabilidade. Adicionalmente, após a identificação de um caso inviável, os programas de FPO devem fornecer uma solução aproximada que permita uma análise mais detalhada dos motivos que levaram à inviabilidade do problema. De acordo com [8], uma vez identificada a inviabilidade de um problema de FPO, o mesmo pode ser alterado e resolvido novamente de duas maneiras. Na primeira, modifica-se o conjunto de controles ativos e restrições do problema. Na segunda forma, modifica-se o objetivo do problema original, de maneira a prover uma solução em que os limites que causam a inviabilidade são minimamente violados. A segunda forma de modificação é usualmente definida a partir da adição de termos de mínimos desvios quadráticos ponderados à função-objetivo principal. As duas formas básicas de alteração do problema original descritas são também brevemente discutidas em [9].

Em [23], uma metodologia para remoção de violações de magnitude de tensão para aplicação em tempo real foi proposta. Um método Simplex Revisado de Programação Linear (PL) foi utilizado na identificação da inviabilidade do problema, que é então modificado de maneira a minimizar as violações, sujeito apenas às restrições que não seriam violadas no problema original. Ainda, às variáveis de controle correspondentes às restrições que não seriam violadas no problema original, deve-se impor termos de mínimo movimento a partir

da posição original, evitando o reajuste de um grande número de controles do sistema na solução do problema modificado.

Em [21], um método de otimização baseado no método Primal-Dual de PI, conjuntamente com um modelo para identificação e tratamento de inviabilidades no FPO baseado na teoria *Fuzzy*, foi utilizado. A estratégia *Fuzzy* é empregada com o objetivo de acelerar o processo de otimização, evitando a utilização dos termos quadráticos de desvio sugeridos em [23]. A identificação da inviabilidade de um problema de FPO é realizada a partir de informações sobre as variáveis duais e as condições de complementaridade.

Outra dificuldade relacionada à utilização de problemas de FPO em tempo real diz respeito à implementação da ação de controle ótima. Uma vez que é indesejável, ou até mesmo impossível, despachar um grande número de controles ao mesmo tempo, um programa de FPO deve suprimir um conjunto de ações de controle que, se realizadas, teriam pouco efeito sobre o objetivo principal [2, 8, 9, 18].

De acordo com [8], uma das referências que formam a base sobre requisitos gerais de um EMS em tempo real, uma das aplicações resultantes do subobjetivo de minimizar o número de ações de controle pode ser minimizar o movimento dos controles a partir de um ponto de operação ótimo previamente obtido. Uma restrição de grande interesse prático relacionada com o subobjetivo de minimizar o número de ações de controle é a supressão de ajustes ineficazes [8], que tem como objetivo impedir o movimento dos controles cujo impacto no objetivo principal é desprezível.

De acordo com [2], muitos dos controles cujas ações necessitam ser limitadas são ajustados de maneira discreta, de forma que os métodos de discretização empregados diminuirão o número de ações de controle, mantendo controles ineficazes em seus valores discretos iniciais. Adicionalmente, a relação entre o objetivo principal e o subobjetivo de minimizar o número de ações de controle pode ser ilustrada como na Figura 1.2, na qual se pode visualizar uma curva típica de valores do objetivo principal em função do número de controles utilizados na solução do problema de FPO. O ponto *a*, por exemplo, corresponde ao menor conjunto de ações de controle que produz uma solução viável. À medida que o número de controles utilizados aumenta, é esperada uma redução do valor do objetivo principal. No ponto *d*, todos os controles passíveis de reajuste são utilizados, obtendo-se o valor mínimo do objetivo principal. Segundo [2], um programa de FPO provido da metodologia para minimização do número de ações controle deve ser capaz de obter uma solução em qualquer ponto da curva ilustrada na Figura 1.2.

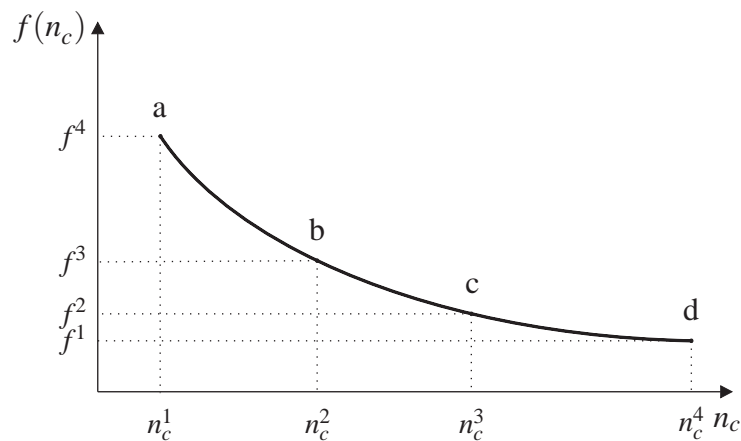


Figura 1.2: Valor do objetivo em função do número de ações de controle usadas para resolver um problema de FPO (Adaptada de [2]).

1.1 Objetivos da Pesquisa

Os principais objetivos e metas dessa pesquisa de mestrado podem ser resumidos como segue:

- Estudo dos requisitos desejáveis e indispensáveis para a aplicação de um programa de FPO em tempo real;
- Desenvolvimento de modelos matemáticos de FPO considerando requisitos para aplicação em tempo real;
- Implementação computacional dos modelos matemáticos de FPO para aplicação em tempo real;
- Realização de testes das metodologias desenvolvidas nos sistemas IEEE de 30, 57, 118 e 300 barras, e em sistemas elétricos reais, e análise dos resultados numéricos obtidos.

1.2 Composição da Dissertação

Essa Dissertação está organizada em seis capítulos e dois anexos, descritos a seguir:

Capítulo 1 Apresentam-se a motivação para a pesquisa, a análise de alguns trabalhos relacionados com o tema da Dissertação e os principais objetivos do trabalho proposto.

- Capítulo 2 Apresentam-se a formulação geral dos problemas de FPO e as funções-objetivo estudadas nessa Dissertação.
- Capítulo 3 É realizada uma revisão teórica dos métodos de pontos interiores para programação não-linear. Além disso, são detalhados os desenvolvimentos dos métodos Primal-Dual Simplex e Primal-Dual Predictor-Corretor de PI e estabelecidos os algoritmos gerais para esses dois métodos.
- Capítulo 4 Apresentam-se as formulações das metodologias para tratamento de variáveis discretas, de inviabilidades na solução de um problema de fluxo de potência ótimo e de supressão de ajustes ineficazes. Esse capítulo é o principal capítulo da Dissertação.
- Capítulo 5 Apresentam-se os resultados numéricos obtidos com um programa de FPO desenvolvido a partir dos métodos propostos, e faz-se uma discussão detalhada desses resultados.
- Capítulo 6 Apresentam-se as conclusões, limitações e as perspectivas de trabalhos futuros.
- Anexo A Dados gerais de discretização para compensação paralela.
- Anexo B Expressões matemáticas das derivadas primeiras e segundas utilizadas no desenvolvimento do programa de FPO.

Capítulo 2

Modelos de Fluxo de Potência Ótimo

A OPERAÇÃO ECONÔMICA e segura de um SEP requer que vários níveis de controle, envolvendo um complexo conjunto de dispositivos, sejam selecionados e apropriadamente coordenados. Durante a operação, as demandas das cargas por potências ativa e reativa modificam-se constantemente e, muitas vezes, resultam em níveis de tensão que estão bem além dos limites toleráveis, provavelmente violando restrições de operação de equipamentos de consumidores e da própria empresa de energia elétrica.

Para corrigir essas condições de operação inaceitáveis, os operadores do sistema são constantemente requisitados para controlarem a produção, a absorção e o fluxo de potência em todos os níveis do sistema, por meio do ajuste de diversas variáveis de controle do SEP. Alguns exemplos de variáveis de controle são a geração de potência ativa e a tensão terminal dos geradores, o tap dos transformadores com dispositivo LTC, o ângulo de defasagem dos transformadores defasadores e a susceptância de capacitores e de reatores em paralelo.

Como os SEPs recebem injeções de potência de várias unidades de geração e suprem

potência para um grande número de cargas dispersas em áreas geográficas de grandes dimensões, a tarefa de manter as tensões dentro dos limites requeridos pode ser bastante complexa. O controle de tensão é largamente reconhecido como sendo fortemente relacionado ao controle da potência reativa. Porém, face ao elevado número de variáveis de controle que podem ser manipuladas, associado ao grande número de restrições que são impostas sobre a operação do sistema, a seleção apropriada e a coordenação dos equipamentos para exercer esse controle estão entre os maiores desafios da engenharia de potência.

2.1 Forma Geral do Problema

Vários problemas de FPO podem ser expressos na seguinte forma geral de um problema de Programação Não-Linear (PNL):

$$\text{Minimize } f(x) \quad (2.1a)$$

$$\text{sujeito a } g(x) = 0 \quad (2.1b)$$

$$\underline{x}_l \leq x_l \leq \bar{x}_l \quad (2.1c)$$

em que:

- $x \in \mathbb{R}^n$ é um vetor com as variáveis de decisão explícitas, incluindo variáveis de controle como, por exemplo, tensões das barras de geração, taps dos transformadores, compensação de potência reativa em paralelo, potência ativa dos geradores e fator de carregamento, e as variáveis dependentes que não são funções como, por exemplo, ângulo de fase das tensões, tensões das barras de carga e potência reativa dos geradores;
- $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ é a função escalar que representa um dado objetivo de otimização da operação ou do planejamento do SEP, tal como o custo da geração e as perdas de potência no sistema de transmissão;
- $g : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ é um vetor não-linear que contém as equações usuais de balanço de potência nas barras, ocasionalmente aumentado por algumas restrições especiais de igualdade, tal como o controle do fluxo de potência entre sistemas numa operação compartilhada, ou fluxos que são estabelecidos em um determinado valor;
- $x_l \in \mathbb{R}^p$ é o vetor com as variáveis x sujeitas a limites máximos \bar{x}_l e mínimos \underline{x}_l correspondentes aos limites físicos de equipamentos e limites operacionais do sistema.

Em vez de minimizar, o objetivo pode ser de maximizar uma função. Dentre os objetivos usualmente utilizados, encontram-se:

- *Minimização de Custos de Geração*: minimiza o custo da geração da potência ativa para a configuração base da rede elétrica, enquanto assegura a viabilidade nas configurações de contingência;
- *Minimização de Perdas Ativas na Transmissão* : minimiza as perdas ativas na configuração base enquanto assegura a viabilidade nas configurações de contingência;
- *Minimização de Corte de Carga*: minimiza o corte de carga para corrigir violações de restrições operacionais tais como sobrecargas em circuitos e problemas de tensão, no caso base e em configurações de contingência;
- *Minimização do Movimento de Variáveis de Controle*: determina o menor número de dispositivos de controle a serem ajustados na transição entre dois pontos operacionais;
- *Maximização do Fluxo de Potência Ativa em um Conjunto de Circuitos*: maximiza o fluxo de potência ativa através de um conjunto de circuitos na configuração base, enquanto assegura a viabilidade em configurações de contingência;
- *Maximização da Carga em um Conjunto de Barras*: maximiza a carga num conjunto de barras, mantendo o mesmo fator de potência da carga e a viabilidade no caso base e em configurações de contingência;
- *Maximização da Potência Transferida entre Duas Barras*: maximiza a potência transferida entre duas barras, mantendo a viabilidade no caso base e em configurações de contingência.

Para otimizar a função-objetivo especificada, as seguintes variáveis de controle podem ser utilizadas:

- Potência reativa de bancos de capacitores e indutores chaveáveis, de compensadores síncronos e de compensadores estáticos;
- Tapes dos transformadores com dispositivo LTC;
- Tensão terminal dos geradores;
- Potência ativa dos geradores;

- Ângulo dos defasadores controlando fluxo de potência ativa.

O conjunto de restrições geralmente é constituído por:

- Limites sobre as tensões das barras;
- Limites sobre os tapes dos transformadores com dispositivo LTC;
- Limites sobre os ângulos dos defasadores;
- Limites sobre as gerações de potência ativa e reativa;
- Limites sobre as injeções de potência reativa de fontes em paralelo controláveis.

2.2 Equações Básicas de Fluxo de Potência

A partir da Figura 2.1, na qual pode ser visto um elemento simples de circuito, convencionam-se como positivas as correntes que saem de uma barra e negativa quando chegam a uma barra. Assim, uma corrente I_{ij} é positiva quando a mesma vai da barra i para a barra j , e negativa no sentido contrário.

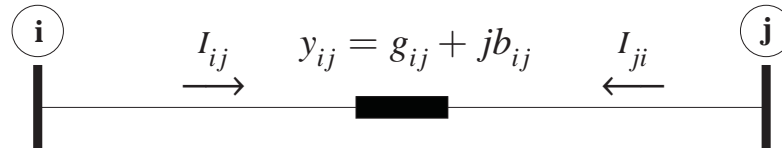


Figura 2.1: Definições de sinais de corrente elétrica.

A partir dessa convenção, pode-se escrever a expressão para o conjugado da potência complexa para o elemento simples de circuito, em função das correntes no ramo, da forma seguinte:

$$S_{ij}^* = P_{ij} - jQ_{ij} = E_i^* I_{ij} = (V_i e^{-j\theta_i}) I_{ij} \quad (2.2)$$

A corrente I_{ij} em (2.2) pode ser expressa em função da diferença de tensão entre as barras e do elemento de circuito entre as barras, da seguinte forma:

$$I_{ij} = E_{ij} y_{ij} = (V_i e^{j\theta_i} - V_j e^{j\theta_j}) y_{ij} \quad (2.3)$$

Por definição, pode-se reescrever os termos complexos em (2.2) e (2.3) por meio da fórmula de Euler:

$$S_{ij}^* = \left[V_i^2 - V_i V_j e^{-j(\theta_i - \theta_j)} \right] y_{ij} = \left(V_i^2 - V_i V_j \cos \theta_{ij} + j V_i V_j \sen \theta_{ij} \right) y_{ij} \quad (2.4)$$

Separando as partes real e imaginária, chega-se às seguintes expressões para os fluxos de potência ativa e reativa:

$$P_{ij} = g_{ij} V_i^2 - g_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} - b_{ij} V_i V_j \sen \theta_{ij} \quad (2.5)$$

$$Q_{ij} = -b_{ij} V_i^2 + b_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} - g_{ij} V_i V_j \sen \theta_{ij} \quad (2.6)$$

As expressões (2.5) e (2.6) são as equações básicas de fluxo de potência através de um elemento simples de circuito. Da convenção de sinais adotados para a corrente elétrica, pode-se agora estender diretamente essa convenção para os fluxos de potência ativa e reativa. Assim, o fluxo P_{ij} (Q_{ij}) é dito positivo se o mesmo sai da barra i e chega à barra j , e negativo no sentido inverso. Somando os fluxos de potência ativa e reativa nos dois sentidos, obtêm-se as perdas elétricas no ramo de circuito visualizado na Figura 2.1. Ou seja,

$$P_{ij}^{Perdas} = P_{ij} + P_{ji} = g_{ij} (V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij}) \quad (2.7)$$

$$Q_{ij}^{Perdas} = Q_{ij} + Q_{ji} = b_{ij} (-V_i^2 - V_j^2 + 2V_i V_j \cos \theta_{ij}) \quad (2.8)$$

2.2.1 Modelagem de Linhas de Transmissão

A modelagem de uma linha de transmissão para estudo de fluxo de potência consiste na representação da linha por meio de seu modelo de circuito π -nominal. A Figura 2.2 ilustra o modelo π -nominal de uma linha de transmissão.

De forma semelhante ao raciocínio desenvolvido para o elemento simples de circuito visualizado na Figura 2.1, pode-se calcular o fluxo S_{ij} em uma linha de transmissão a partir da determinação da corrente I_{ij} , que tem agora duas componentes, uma em série e outra em paralelo. Portanto, pode-se reescrever a equação (2.2) em função das duas componetes da seguinte forma:

$$S_{ij}^* = E_i^* (E_{ij} y_{ij} + j b_{ij}^{sh} E_i) = E_i^* E_{ij} y_{ij} + j b_{ij}^{sh} V_i^2 = P_{ij} - j Q_{ij} \quad (2.9)$$

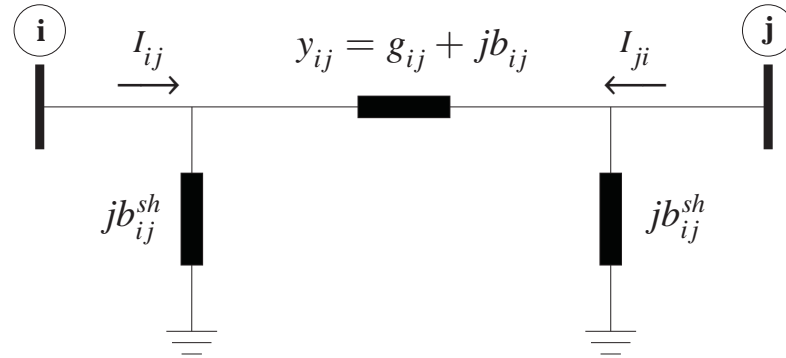


Figura 2.2: Modelo π -nominal de uma linha de transmissão.

Comparando a equação (2.2) com a equação (2.9), observa-se que apenas o termo de potência reativa é alterado para o caso da linha de transmissão. Assim, com uma simples modificação em relação às equações básicas (2.5) e (2.6), as equações para o fluxo de potência em uma linha de transmissão são as seguintes:

$$P_{ij} = g_{ij}V_i^2 - g_{ij}V_iV_j \cos \theta_{ij} - b_{ij}V_iV_j \sin \theta_{ij} \quad (2.10)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2(b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + b_{ij}V_iV_j \cos \theta_{ij} - g_{ij}V_iV_j \sin \theta_{ij} \quad (2.11)$$

Desenvolvendo as expressões para as perdas elétricas em uma linha de transmissão, obtém-se o seguinte:

$$P_{ij}^{Perdas} = P_{ij} + P_{ji} = g_{ij}(V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j \cos \theta_{ij}) \quad (2.12)$$

$$Q_{ij}^{Perdas} = Q_{ij} + Q_{ji} = -V_i^2(b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + b_{ij}(-V_i^2 - V_j^2 + 2V_iV_j \cos \theta_{ij}) \quad (2.13)$$

2.2.2 Modelagem de Transformadores

O transformador de potência é um dos equipamentos elétricos mais importantes de um sistema elétrico. Existem dois tipos básicos de configuração de transformadores de potência: transformador em-fase e transformador defasador. Os transformadores em-fase são responsáveis pela elevação e redução do nível de tensão, o que permite a transmissão em corrente alternada de grandes blocos de energia elétrica. Por sua vez, os transformadores defasadores, por meio da adição de um ângulo entre duas barras do sistema, permitem a variação do fluxo de potência ativa em um ramo de circuito, além de possibilitarem a variação do nível de tensão no circuito em que estão inseridos. Com o objetivo de simplificar a análise, os dois tipos fundamentais de transformadores são apresentados separadamente, nas em seções 2.2.2.1 e 2.2.2.2.

2.2.2.1 Modelagem de Transformadores Em-Fase

A Figura 2.3 ilustra o modelo de transformador utilizado em estudos de fluxo de potência. O modelo consiste em um transformador ideal em série com a admitância do transformador prático. Quando o transformador é do tipo em-fase, a relação de transformação a_{ij} é um número real, ou seja, $a_{ij} = t_{ij}e^{j0}$.

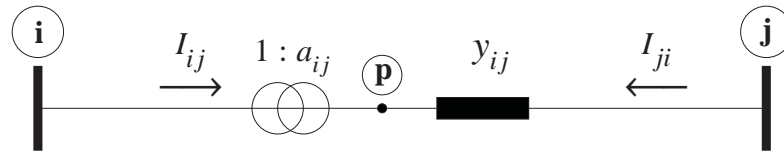


Figura 2.3: Modelo de um transformador em-fase.

Para o transformador ideal, pode-se escrever as seguintes relações de tensão e corrente entre a barra i e a barra fictícia p :

$$E_p = t_{ij}E_i \Rightarrow t_{ij} = \frac{E_p}{E_i} \quad (2.14)$$

$$S_{ip}^* = -S_{pi}^* \Rightarrow I_{ij} = -\left(\frac{E_p}{E_i}\right)^* I_{ji} \Rightarrow I_{ij} = -t_{ij}I_{ji} \quad (2.15)$$

A corrente I_{ji} através da admitância y_{ij} pode ser expressa em função da diferença de tensão entre a barra j e a barra p da seguinte forma:

$$I_{ji} = (E_j - E_p)y_{ij} = (E_j - t_{ij}E_i)y_{ij} \quad (2.16)$$

e a partir das equações (2.15) e (2.16), obtém-se

$$I_{ij} = -t_{ij}(E_j - t_{ij}E_i)y_{ij} = (t_{ij}^2E_i - t_{ij}E_j)y_{ij} \quad (2.17)$$

Portanto, pode-se escrever a equação do fluxo de potência em um transformador em-fase, usando a expressão (2.17), da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_{ij}^* &= E_i^* I_{ij} = E_i^* (t_{ij}^2 E_i - t_{ij} E_j) y_{ij} = \left[t_{ij}^2 V_i - t_{ij} V_i V_j e^{-j(\theta_i - \theta_j)} \right] y_{ij} \\ &= (t_{ij}^2 V_i^2 - t_{ij} V_i V_j \cos \theta_{ij} + jt_{ij} V_i V_j \sin \theta_{ij}) y_{ij} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Finalmente, separando as partes real e imaginária, obtém-se as seguintes equações para

os fluxos de potência ativa e reativa através de um transformador em-fase:

$$P_{ij} = g_{ij}(t_{ij}V_i)^2 - g_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \cos \theta_{ij} - b_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \sin \theta_{ij} \quad (2.19)$$

$$Q_{ij} = -b_{ij}(t_{ij}V_i)^2 + b_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \cos \theta_{ij} - g_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \sin \theta_{ij} \quad (2.20)$$

2.2.2.2 Modelagem de Transformadores Defasadores

Pode-se dizer que a modelagem de transformadores em-fase é nada mais que um caso particular da modelagem de transformadores defasadores. Considerando novamente a Figura 2.3, quando um transformador em análise é do tipo defasador, a relação de transformação a_{ij} é um número complexo, definido como $a_{ij} = t_{ij}e^{j\varphi_{ij}}$.

Para o transformador ideal, pode-se escrever as seguintes relações de tensão e corrente entre a barra i e a barra fictícia p :

$$E_p = a_{ij}E_i \Rightarrow a_{ij} = \frac{E_p}{E_i} \quad (2.21)$$

$$S_{ip}^* = -S_{pi}^* \Rightarrow I_{ij} = -\left(\frac{E_p}{E_i}\right)^* I_{ji} \Rightarrow I_{ij} = -a_{ij}^* I_{ji} \quad (2.22)$$

A corrente I_{ji} através da admitância y_{ij} pode ser expressa em função da diferença de tensão entre a barra j e a barra p da seguinte forma:

$$I_{ji} = (E_j - E_p)y_{ij} = (E_j - a_{ij}E_i)y_{ij} \quad (2.23)$$

e a partir da equação (2.22) e (2.23), obtém-se

$$I_{ij} = -a_{ij}^*(E_j - a_{ij}E_i)y_{ij} = (t_{ij}^2E_i - a_{ij}^*E_j)y_{ij} \quad (2.24)$$

Portanto, pode-se escrever a equação do fluxo de potência em um transformador defasador, usando a expressão (2.24), da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_{ij}^* &= E_i^* I_{ij} = E_i^* (t_{ij}^2 E_i - a_{ij}^* E_j) y_{ij} \\ &= \left[t_{ij}^2 V_i^2 - t_{ij} V_i V_j e^{-j(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij})} \right] y_{ij} \\ &= \left[t_{ij}^2 V_i^2 - t_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + j t_{ij} V_i V_j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \right] y_{ij} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Finalmente, separando as partes real e imaginária, obtêm-se as seguintes equações para

os fluxos de potência ativa e reativa através de um transformador defasador:

$$P_{ij} = g_{ij}(t_{ij}V_i)^2 - g_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - b_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad (2.26)$$

$$Q_{ij} = -b_{ij}(t_{ij}V_i)^2 + b_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - g_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad (2.27)$$

2.2.3 Equações Gerais de Fluxo de Potência

Após o desenvolvimento de equações específicas para calcular os fluxos de potência ativa e reativa através de linhas de transmissão, transformadores em-fase e transformadores defasadores, pode-se verificar facilmente que as equações gerais para representar esses três tipos de componentes do sistema elétrico de potência têm a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_{ij} \\ I_{ji} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{ij}^2 y_{ij} + j b_{ij}^{sh} & -(t_{ij} e^{-j\varphi_{ij}}) y_{ij} \\ -(t_{ij} e^{j\varphi_{ij}}) y_{ij} & y_{ij} + j b_{ij}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ E_j \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

resultando nas seguintes expressões para os fluxos de potência ativa e reativa,

$$P_{ij} = g_{ij}(t_{ij}V_i)^2 - g_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - b_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad (2.29)$$

$$Q_{ij} = -(b_{ij} + b_{ij}^{sh})(t_{ij}V_i)^2 + b_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - g_{ij}(t_{ij}V_i)V_j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad (2.30)$$

As equações (2.28), (2.29) e (2.30) representam os fluxos de potência ativa e reativa através de uma linha de transmissão quando $t_{ij} = 1$ e $\varphi_{ij} = 0$, de um transformador em-fase quando $b_{ij}^{sh} = 0$ e $\varphi_{ij} = 0$, de um transformador defasador puro quando $t_{ij} = 1$ e $b_{ij}^{sh} = 0$ e de um transformador defasador quando $b_{ij}^{sh} = 0$.

2.2.4 Injeção de Potência em uma Barra

Um conceito semelhante ao conceito de fluxo de potência complexa em um ramo ij é o conceito de potência complexa injetada em uma barra i , a qual é definida da seguinte forma:

$$S_i^* = E_i^* I_i = E_i^* \left(\sum_{k \in \mathcal{I}} Y_{ik} E_k \right) = E_i^* \left[\sum_{k \in \mathcal{I}} (G_{ik} + jB_{ik}) E_k \right] = P_i - jQ_i \quad (2.31)$$

em que \mathcal{I} é o conjunto das barras conectadas a barra i , incluindo a própria barra i , e $Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$ é o elemento pertencente a i -ésima linha e k -ésima coluna da matriz admitância de barra. Separando os termos real e imaginário da equação (2.31) e desenvolvendo o

resultado, obtém-se o seguinte:

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{k \in \mathcal{N}_i} V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (2.32)$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + V_i \sum_{k \in \mathcal{N}_i} V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2.33)$$

em que \mathcal{N}_i é o conjunto de todas as barras conectadas a barra i .

2.3 Formulações de Fluxo de Potência Ótimo

Problemas de FPO podem ser matematicamente formulados de várias maneiras. Nesta seção é apresentada, a título de exemplo, a formulação de um dos problemas de otimização da operação: *Minimização de Perdas Ativas na Transmissão*. As metodologias propostas ao longo desse trabalho são implementadas e testadas tomando como caso base o problema de minimização das perdas.

Os seguintes conjuntos de índices são utilizados no presente capítulo: representa-se por \mathcal{N} o conjunto de todas as barras do sistema, por $\tilde{\mathcal{N}}$ o conjunto de todas as barras exceto a barra de folga, por \mathcal{G} o conjunto de barras de geração, por \mathcal{F} o conjunto de barras de carga com fontes de reativos em paralelo fixas e por \mathcal{C} o conjunto de barras de carga candidatas ao controle da potência reativa. As seguintes relações entre conjuntos são observadas: $\mathcal{N} = \mathcal{G} \cup \mathcal{F} \cup \mathcal{C}$ e $\mathcal{G} \cap \mathcal{F} = \mathcal{G} \cap \mathcal{C} = \mathcal{F} \cap \mathcal{C} = \emptyset$. O conjunto de pares de índices ordenados $\mathcal{B} = \{(i, j) \mid i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{N}_i \text{ e } j > i\}$ é definido como sendo o conjunto dos pares de barras terminais de todos os ramos (linhas de transmissão e transformadores) do sistema. Define-se $\mathcal{T} \subset \mathcal{B}$ como o conjunto das barras terminais (i, j) dos transformadores com dispositivo LTC.

2.3.1 Minimização das Perdas Ativas na Transmissão

O problema de minimização das perdas, como formulado nessa seção, apresenta como restrições: as equações básicas de balanço de potência ativa e reativa nas barras, os limites de operação em relação aos níveis de tensões em todas as barras, os limites de operação em relação a geração de potência ativa e reativa pelos geradores, e os limites físicos dos tapes dos transformadores com dispositivo LTC e das susceptâncias em paralelo.

Assume-se que as gerações de potência ativa em todas as barras do sistema, exceto a barra de folga, são conhecidas e permanecem fixas nos valores definidos pelo despacho

econômico (DE) de geração, ou seja, as gerações de potência ativa não são, com exceção da geração ativa na barra de folga, consideradas como variáveis do problema.

As variáveis de controle, aquelas que podem ser diretamente manipuladas pelo operador, são: as tensões terminais dos geradores, as susceptâncias em paralelo dos capacitores e reatores, e os tapes dos transformadores com dispositivo LTC. As variáveis de estado ou dependentes são: as tensões nas barras de carga, o ângulo de fase das tensões nodais, e a potência reativa dos geradores.

De forma compacta, o problema de minimização das perdas pode ser matematicamente expresso como segue:

$$\begin{aligned}
& \text{Minimize } P_{Perdas}(V, \theta, t) \\
& \text{sujeito a} \quad \begin{aligned}
P_i(V, \theta, t) + P_{D_i} - P_{G_i} &= 0, & \forall i \in \mathcal{N} \\
Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i} - Q_{G_i} &= 0, & \forall i \in \mathcal{G} \\
Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i} - Q_{G_i} &= 0, & \forall i \in \mathcal{F} \\
Q_i(V, \theta, t) + Q_{D_i} - Q_{G_i} - b_i^{sh} V_i^2 &= 0, & \forall i \in \mathcal{C} \\
V_i^{\min} &\leq V_i \leq V_i^{\max}, & \forall i \in \mathcal{N} \\
P_i^{\min} &\leq P_{G_i} \leq P_i^{\max}, & \forall i \in \mathcal{G} \\
Q_i^{\min} &\leq Q_{G_i} \leq Q_i^{\max}, & \forall i \in \mathcal{G} \\
t_{ij}^{\min} &\leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max}, & \{(i, j)\} \subseteq \mathcal{T} \\
b_i^{\min} &\leq b_i^{sh} \leq b_i^{\max}, & \forall i \in \mathcal{C}
\end{aligned} \tag{2.34}
\end{aligned}$$

em que $P_{Perdas}(V, \theta, t)$ é a perda ativa global no sistema de transmissão, calculada pela expressão

$$P_{Perdas} = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}} (P_{ij} + P_{ji}) = \sum_{(i,j) \in \mathcal{B}} g_{ij} (V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos \theta_{ij}) \tag{2.35}$$

e $P_i(V, \theta, t)$ e $Q_i(V, \theta, t)$ são, respectivamente, a injeção de potência ativa e injeção de potência reativa em uma barra i , calculadas pelas expressões (2.32) e (2.33).

O primeiro grupo de restrições de igualdade impõe o balanço de potência ativa nas barras do sistema, enquanto o segundo, terceiro e quarto grupos de restrições impõem o balanço de potência reativa nas barras de geração, nas barras de carga com reativo fixo, e nas barras de carga com reativo controlável, respectivamente. As restrições de desigualdade representam os limites operacionais em relação ao nível das tensões, os limites de geração de potência ativa e reativa pelos geradores, os limites físicos sobre as susceptâncias em paralelo e os tapes dos transformadores com LTC.

2.4 Fluxo de Potência Ótimo em Tempo Real

Com o aumento da dimensão e da complexidade dos sistemas elétricos de potência, o número de sistemas com automação da operação vem crescendo continuamente, de forma que os centros de operação das empresas de energia elétrica necessitam cada vez mais de programas computacionais que possam analisar a segurança do sistema e otimizar um objetivo em tempo real [8].

Algumas empresas de energia elétrica dispõem de um EMS nos seus centros integrados de operação, objetivando o monitoramento e o controle da operação das suas redes elétricas. Um EMS avançado pode fornecer, em um determinado instante de tempo, o estado e a topologia da rede elétrica em operação, possibilitando a otimização da operação em tempo real.

Os programas de segurança existentes nos centros de operação podem ser executados de duas formas: em tempo real ou no modo estudo e planejamento. No modo tempo real, o modelo estático do SEP sob observação é geralmente derivado da saída do estimador de estados, ou seja, do sistema de monitoramento e controle da rede. Se o monitoramento detecta violações de limites operacionais em tempo real, então cálculos de controles de segurança para implementação imediata são necessários. Portanto, programas para aplicações em tempo real têm uma necessidade particular de velocidade de processamento e confiabilidade.

No modo estudo e planejamento, o modelo estático do SEP geralmente representa uma condição de operação prevista, gerada automaticamente a partir de padrões históricos armazenados, de informações recentes de tendências, e de conhecimentos específicos ou hipóteses. O principal objetivo dos programas no modo estudo e planejamento é garantir, para um curto período de tempo, a otimalidade e a segurança futura da operação do SEP. Ainda, estados de operações anteriores que foram armazenados também podem ser estudados.

O objetivo de um programa de FPO utilizado em tempo real é calcular os controles do SEP para a sua operação num nível de segurança desejado, enquanto otimiza uma função-objetivo tal como minimização de perdas. O novo ajuste de controles pode conduzir a operação do sistema de um nível de segurança para outro, ou pode restaurar a otimalidade de um nível de segurança já alcançado.

Os programas de FPO vêm sendo projetados para uso interativo com o operador do sistema, seja no modo tempo real ou no modo estudo e planejamento [8, 23]. No modo tempo real, os controles calculados, uma vez aceitos, podem ser implementados manualmente ou,

quando possível, automaticamente: gerações e intercâmbios são informados ao controle automático da geração e os outros controles são tratados pelos mecanismos adequados do controle supervisão.

De forma ideal, o objetivo final de um processo de otimização da operação em tempo real é ter os ajustes otimizados dos controles, que são calculados pelo programa de FPO, implementados de maneira totalmente automática, sem qualquer intervenção humana. No entanto, para atingir esse objetivo, é necessário que a empresa disponha de meios para acionamento automático de todos os dispositivos de controle da rede, e que haja uma elevada confiabilidade e precisão dos ajustes dos controles que são calculados pelo FPO.

Existem algumas dificuldades na aplicação do FPO em tempo real. A principal delas é que o FPO em tempo real é matemática e computacionalmente muito diferente da formulação clássica [24]. Os problemas de FPO, na prática, não são contínuos e suaves, e muitos controles ocorrem em passos discretos, como os tapes dos transformadores e as susceptâncias em paralelo, os quais algumas vezes são muito grandes e irregulares. Infelizmente, não há uma técnica de solução que possa tratar esses tipos de problemas eficientemente com rigor matemático na modelagem. A prática universal tem sido aproximar a formulação de tal forma que o problema possa ser resolvido pelas técnicas de otimização disponíveis.

2.5 Estado da Arte das Técnicas de Solução

Dada a sua importância nas atividades de planejamento e operação, o FPO tem sido um tema de intensa pesquisa há cerca de cinco décadas [25]. Métodos do gradiente foram as primeiras técnicas utilizadas para resolver um problema de FPO [24], o qual foi formulado matematicamente pela primeira vez por Carpentier em 1962 [26].

Desde então, melhorias nas ferramentas de FPO têm sido alcançadas de duas maneiras principais: formulações mais eficientes do problema e técnicas de otimização mais eficientes, flexíveis e robustas. As principais técnicas para resolver os problemas de FPO incluem métodos do gradiente reduzido, métodos baseados no Lagrangeano aumentado, funções de penalidades exatas e, principalmente, métodos baseados em aproximações locais, tais como Programação Linear Sucessiva (PLS) e Programação Quadrática Sucessiva (PQS).

As técnicas de PLS e PQS têm sido largamente utilizadas na otimização de sistemas de potência. Atualmente, elas podem tirar proveito dos eficientes métodos de PI para resolver os subproblemas de PL ou Programação Quadrática (PQ) que são gerados a cada iteração

PLS ou PQS [27,28]. Entretanto, o processo de convergência da PLS e PQS é, entre outros fatores, altamente dependente da existência de um bom ponto de operação inicial para a aproximação local das funções não-lineares, o que nem sempre ocorre.

Por outro lado, tem sido crescente a necessidade de resolução de problemas de FPO na sua forma não-linear original. Portanto, técnicas de otimização baseadas em aproximações locais sucessivas, como PLS e QLS, tornaram-se menos atrativas. Por outro lado, a solução eficiente de FPOs na forma não-linear pode ser um problema bastante complexo. Várias condições sob as quais um algoritmo de FPO pode falhar na convergência são estudadas em [29].

Um algoritmo que teve grande repercussão na solução não-linear de problemas de FPO foi o proposto em [30]. Ele combina, no mesmo algoritmo, o método de Newton para otimização sem restrições, um método de multiplicadores de Lagrange para otimização com restrições de igualdades e funções de penalidade para o tratamento de restrições de desigualdades. Uma estrutura de dados bem projetada, a qual possibilita a fatorização em blocos, associada ao uso eficiente de técnicas de esparsidade, tornou esse algoritmo bastante atrativo na ocasião. Entretanto, sua eficiência computacional revelou-se altamente dependente da identificação das restrições ativas, um problema que foi posteriormente estudado em [31].

Recentemente, os problemas de otimização em sistemas de potência [3–5, 15, 32, 33], em especial os problemas de FPO, têm sido resolvidos de forma eficiente por métodos de PI, tanto na forma linear quanto na forma não-linear. Na área de programação matemática, nos últimos vinte e cinco anos as pesquisas sobre os métodos de PI experimentaram um avanço impressionante, tanto na teoria quanto na prática computacional [34].

O primeiro método de PI é atribuído a Frisch [35], o qual é um método de barreira logarítmica que foi posteriormente, nos anos 1960, extensivamente estudado por Fiacco e McCormick [36] para resolver problemas com desigualdades não-lineares. No entanto, foi na área de PL, em 1984, que o extraordinário desempenho computacional de um método de PI foi demonstrado na prática [37]. Desde então, vários métodos de PI foram propostos e implementados.

Os primeiros resultados teóricos para os métodos de PI do tipo Primal-Dual seguidor de trajetória são devidos a Megiddo [38]. Os métodos primal-dual de PI que incorporam passos de predição e correção, tal como o método Preditor-Corretor de Mehrotra [39], são atualmente aceitos como os métodos de PI computacionalmente mais eficientes. Melhorias adicionais sobre o método preditor-corretor de Mehrotra foram posteriormente alcançadas com o uso de múltiplos passos de correção [40, 41]. Aplicações dos métodos de PI com

múltiplos passos de correção em problemas de FPO foram propostas em [7, 42, 43]. Atualmente, variantes do método Primal-Dual de PI estão sendo estudadas para resolver todos os tipos de problemas: de linear a não-linear e de convexo a não-convexo.

Otimização de sistemas de potência é uma das áreas onde os métodos de PI vêm sendo aplicados extensivamente [44]. Isso porque, devido às dimensões e às características especiais de tais problemas, os métodos de PI têm demonstrado, na prática computacional, serem bastante eficientes no que diz respeito ao tempo de processamento e à robustez de convergência. Entre as diversas aplicações dos métodos de PI em sistemas de potência, citam-se: estimação de estados [32, 45], modelos diversos de FPO [3–5, 15, 27, 28, 33, 42, 46, 47], coordenação hidro-térmica [48], colapso de tensão [49], e controle de reservatórios [50].

Nas aplicações supracitadas, os algoritmos de solução incluem diferentes métodos de PI aplicados a sequências de subproblemas de PL [28, 46], a sequências de subproblemas de PQ [27], ou diretamente ao problema não-linear original [3–5, 15, 32, 33, 47, 49]. Diversos métodos de PI foram considerados, tais como o método *Dual Affine-Scaling* [46, 51], variantes do método primal-dual de barreira logarítmica para PNL [3, 32], e variantes tipo preditor-corretor para PL [28] e para PNL [4, 15, 33].

O bom desempenho computacional das aplicações descritas em [3, 4, 32], em termos de robustez de convergência e tempo de processamento, foi responsável pelo crescente interesse nos métodos de PI para resolver problemas de otimização não-linear de grande porte em sistemas de potência. Resultados computacionais nas primeiras aplicações em FPO, baseados em redes elétricas de 2423 barras [4] e 3467 barras [3], mostraram que o número de iterações para convergência dos métodos de PI é quase insensível ao tamanho do sistema elétrico, quanto ao número de barras e circuitos, e que tais métodos são numericamente robustos.

Como exemplos da robustez dos métodos de PI, citam-se as soluções dos problemas de Minimização de Corte de Carga [5] e de Maximização do Carregamento [33]. Esses problemas são variantes altamente não-lineares do problema de FPO, que dificilmente são resolvidas por técnicas baseadas em PL. Uma característica interessante do método Primal-Dual de PI é que a viabilidade é geralmente alcançada durante o processo iterativo, na busca pela otimalidade. Isso significa que as equações de balanço de potência não precisam ser satisfeitas desde o ponto inicial. Essa característica é particularmente interessante na solução do problema de Mínimo Corte de Carga, situação em que a não solvabilidade das equações de fluxo de potência é o problema em questão.

Capítulo 3

Métodos de Pontos Interiores para Programação Não-Linear

HÁ UMA GRANDE variedade de métodos de otimização para a solução de problemas restritos como o FPO formulado em (2.1) [52–54]. No que se refere à resolução de problemas de FPO, ultimamente tem-se utilizado uma classe de métodos chamados Pontos-Interiores. Esse capítulo descreve dois algoritmos de PI de grande sucesso computacional na solução de problemas de FPO: o método Primal-Dual simples e a variante Primal-Dual Predictor-Corretor.

O texto apresentado no presente capítulo segue aproximadamente o texto de relatórios de pesquisa produzidos no Laboratório de Otimização Aplicada a Sistemas de Potência (LOASP) da Universidade Federal de Pernambuco, onde essa Dissertação foi desenvolvida.

Para o desenvolvimento dos algoritmos de PI, consideramos inicialmente o problema de otimização expresso na forma (2.1), o qual é reescrito abaixo por conveniência de

apresentação:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) \\ \text{sujeito a} \quad & g(x) = 0 \\ & \underline{x}_l \leq \widehat{I}x \leq \bar{x}_l \end{aligned}$$

em que \widehat{I} é uma matriz $p \times n$ contendo p linhas da matriz identidade $n \times n$, cujo produto pelo vetor x resulta no vetor das variáveis sujeitas a limites, ou seja, $\widehat{I}x = x_l$.

3.1 O Método Primal-Dual de Pontos Interiores

O método Primal-Dual de PI para resolver o problema (2.1) opera sobre um problema modificado que emerge quando transformamos todas as restrições de desigualdade em igualdades, adicionando os vetores de variáveis de folga $s \geq 0$ e $z \geq 0$, como segue:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) \\ \text{sujeito a} \quad & g(x) = 0 \\ & \underline{x}_l + s - \widehat{I}x = 0, \quad s \geq 0 \\ & \widehat{I}x + z - \bar{x}_l = 0, \quad z \geq 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

As condições de não-negatividade $s \geq 0$ e $z \geq 0$ em (3.1) são incorporadas em uma função de barreira logarítmica que é agregada à função-objetivo, resultando no problema modificado:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) - \mu_k \sum_{i=1}^p (\ln s_i + \ln z_i) \\ \text{sujeito a} \quad & g(x) = 0 \\ & \underline{x}_l + s - \widehat{I}x = 0, \quad s > 0 \\ & \widehat{I}x + z - \bar{x}_l = 0, \quad z > 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

em que $\mu_k > 0$ é o parâmetro de barreira, que é monotonicamente reduzido para zero quando as iterações avançam, ou seja, $\mu_0 > \mu_1 > \dots > \mu_k > \dots > \mu_\infty = 0$.

As condições de positividade estrita $s > 0$ e $z > 0$ devem ser impostas para que os termos logarítmicos sejam definidos. Entretanto, essas condições são tratadas implicitamente, pelo controle do comprimento de passo, conforme é descrito a seguir.

As condições necessárias de otimalidade para o problema modificado (3.2), com o parâmetro de barreira μ_k fixo, podem ser derivadas a partir da função de Lagrange, $L(y; \mu_k)$, associada ao problema (3.2) e definida como:

$$L(y; \mu_k) = f(x) - \mu_k \sum_{i=1}^p (\ln s_i + \ln z_i) + \lambda^T g(x) + \pi^T (\underline{x}_l + s - \widehat{I}x) + \nu^T (\widehat{I}x + z - \bar{x}_l) \quad (3.3)$$

em que $\lambda \in \mathbb{R}^m$, $\pi \in \mathbb{R}_+^p$ e $\nu \in \mathbb{R}_+^p$ são vetores de multiplicadores de Lagrange, conhecidos como variáveis duais, e $y = (s, z, \pi, \nu, \lambda, x)$ é o vetor com todas as variáveis.

Um mínimo local de (3.2) é caracterizado por um ponto estacionário da função de Lagrange, o qual deve satisfazer as condições necessárias de primeira-ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT):

$$\nabla_s L = \pi - \mu_k S^{-1} e = 0 \quad (3.4a)$$

$$\nabla_z L = \nu - \mu_k Z^{-1} e = 0 \quad (3.4b)$$

$$\nabla_\pi L = \underline{x}_l + s - \widehat{I}x = 0 \quad (3.4c)$$

$$\nabla_\nu L = \widehat{I}x + z - \bar{x}_l = 0 \quad (3.4d)$$

$$\nabla_\lambda L = g(x) = 0 \quad (3.4e)$$

$$\nabla_x L = \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda - \widehat{I}^T \pi + \widehat{I}^T \nu = 0 \quad (3.4f)$$

em que $S = \text{diag}(s_1, \dots, s_p)$, $Z = \text{diag}(z_1, \dots, z_p)$ e $e = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$.

O sistema de equações (3.4) é mais convenientemente expresso como:

$$S\pi - \mu_k e = 0 \quad (3.5a)$$

$$Z\nu - \mu_k e = 0 \quad (3.5b)$$

$$\underline{x}_l + s - \widehat{I}x = 0 \quad (3.5c)$$

$$\widehat{I}x + z - \bar{x}_l = 0 \quad (3.5d)$$

$$g(x) = 0 \quad (3.5e)$$

$$\nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda - \widehat{I}^T \pi + \widehat{I}^T \nu = 0 \quad (3.5f)$$

Uma iteração do método Primal-Dual de PI para resolver (2.1) invariavelmente aplica apenas uma iteração do método de Newton para achar raízes das equações (3.5), calcula um comprimento de passo na direção de Newton, atualiza as variáveis e reduz o parâmetro de barreira μ_k . O processo iterativo termina quando a inviabilidade primal, a inviabilidade dual e o resíduo de complementaridade estão abaixo de tolerâncias pré-determinadas. Os

passos principais do algoritmo Primal-Dual de PI são como segue:

1. Faça $k = 0$, escolha $\mu_0 > 0$ e um ponto inicial y_0 que satisfaça as condições de estrita positividade $(s_0, z_0, \pi_0, v_0) > 0$.
2. Obtenha o sistema de Newton para (3.5) no ponto corrente,

$$\nabla_{yy}^2 L(y_k; \mu_k) \Delta y = -\nabla_y L(y_k; \mu_k)$$
 e resolva para a direção de Newton Δy .
3. Calcule o comprimento de passo α_k na direção de Newton Δy e obtenha uma nova estimativa da solução como $y_{k+1} = y_k + \alpha_k \Delta y$.
4. Se y_{k+1} satisfaz o critério de convergência, então FIM. Senão, faça $k \leftarrow k + 1$, reduza o parâmetro μ_k , e retorne para o passo 2.

Algoritmo 3.1: Método Primal-Dual de PI para resolver o problema (2.1).

3.1.1 Cálculo das Direções de Busca

Embora o sistema das condições de KKT (3.5) seja não-linear, sua solução é usualmente aproximada por uma única iteração do método de Newton para achar raízes de equações. De fato, a direção de Newton é apenas um meio para seguir o caminho de minimizadores $x(\mu_k)$ parametrizado por μ_k . Quando tomamos os termos de primeira-ordem na aproximação em série de Taylor do sistema de equações não-lineares (3.5) em torno do ponto y_k , obtemos o seguinte sistema linear indefinido:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & Z & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\ 0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta z \\ \Delta \pi \\ \Delta v \\ \Delta \lambda \\ \Delta x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi - \mu_k e \\ Zv - \mu_k e \\ \underline{x}_l + s - \widehat{I}x \\ \widehat{I}x + z - \bar{x}_l \\ g(x) \\ \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda - \widehat{I}^T \pi + \widehat{I}^T v \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

em que $\Pi = \text{diag}(\pi_1, \dots, \pi_p)$, $Y = \text{diag}(v_1, \dots, v_p)$, e $\nabla_{xx}^2 L(y)$ é a Hessiana da função de Lagrange definida a seguir. No sistema acima omitiu-se o contador de iterações k , exceto para o parâmetro de barreira μ_k , com o objetivo de simplificar a apresentação.

A avaliação da Hessiana da função de Lagrange com relação às variáveis x , $\nabla_{xx}^2 L(y)$, envolve uma combinação da Hessiana da função-objetivo $\nabla^2 f(x)$ com as Hessianas das

funções de restrições $\nabla^2 g_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, m$, da seguinte forma:

$$\nabla_{xx}^2 L(y) = \nabla^2 f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla^2 g_i(x) \quad (3.7)$$

É evidente que o cálculo da Hessiana $\nabla_{xx}^2 L(y)$ pode envolver um esforço computacional significativo se a sua implementação não for bem projetada e executada.

3.1.2 Atualização das Variáveis

Novas estimativas para as variáveis primais e duais são calculadas por:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \alpha_k^P \Delta x \\ s_{k+1} &= s_k + \alpha_k^P \Delta s \\ z_{k+1} &= z_k + \alpha_k^P \Delta z \\ \lambda_{k+1} &= \lambda_k + \alpha_k^D \Delta \lambda \\ \pi_{k+1} &= \pi_k + \alpha_k^D \Delta \pi \\ \nu_{k+1} &= \nu_k + \alpha_k^D \Delta \nu \end{aligned} \quad (3.8)$$

em que $\alpha_k^P \in (0, 1]$ e $\alpha_k^D \in (0, 1]$ são os comprimentos de passos primal e dual, respectivamente.

Os comprimentos de passos máximos que podem ser tomados na direção de Newton são geralmente determinados pelos testes:

$$\alpha_k^P = \min \left\{ 1, \gamma \times \min_i \left\{ \frac{-s_i^k}{\Delta s_i} \middle| \Delta s_i < 0, \frac{-z_i^k}{\Delta z_i} \middle| \Delta z_i < 0 \right\} \right\} \quad (3.9a)$$

$$\alpha_k^D = \min \left\{ 1, \gamma \times \min_i \left\{ \frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i} \middle| \Delta \pi_i < 0, \frac{-\nu_i^k}{\Delta \nu_i} \middle| \Delta \nu_i < 0 \right\} \right\} \quad (3.9b)$$

O escalar $\gamma \in (0, 1)$ é um fator de segurança para assegurar que o próximo ponto satisfará as condições de estrita positividade; um valor típico é $\gamma = 0,99995$.

O uso de comprimentos de passos distintos nos espaços primal e dual é uma vantagem do método primal-dual de pontos interiores, e tem provado na prática ser altamente eficaz, reduzindo o número de iterações para convergência entre 10% a 20% em um problema típico. Entretanto, em programação não-linear, a interdependência de variáveis primais e duais, presente na condição de viabilidade dual (3.5f), não permite rigorosamente o uso de

comprimentos de passos distintos nos espaços primal e dual. Assim, um comprimento de passo comum para atualizar as variáveis primais e duais deve ser calculado por:

$$\alpha_k^P = \alpha_k^D \leftarrow \min \{ \alpha_k^P, \alpha_k^D \} \quad (3.10)$$

Embora haja o acoplamento mencionado entre as variáveis primais e duais, na prática, o uso de um comprimento de passo comum ou o uso de comprimentos de passos distintos têm ambos desempenhado bem.

3.1.3 Redução do Parâmetro de Barreira

O esquema para reduzir μ_k que é descrito aqui é uma extensão de esquemas que são utilizados com sucesso em programação linear e programação quadrática [55]. Na k -ésima iteração, o resíduo das condições de complementaridade, chamado de resíduo de complementaridade, é obtido por:

$$\rho_k = s_k^T \pi_k + z_k^T u_k \quad (3.11)$$

Se as iterações convergem para uma solução ótima, então $\rho_k \rightarrow 0$. O relacionamento entre ρ_k e μ_k , que está implícito em (3.5a), (3.5b) e (3.11), na forma:

$$\sum_{i=1}^p s_i \pi_i + \sum_{i=1}^p z_i u_i = 2p\mu_k = \rho \quad (3.12)$$

sugerindo que μ_k pode ser reduzido em função do decréscimo do resíduo de complementaridade, tal como:

$$\mu_{k+1} = \sigma \frac{\rho_k}{2p} \quad (3.13)$$

em que $\sigma = 0,2$ é o esperado, mas não necessariamente realizado, decréscimo no resíduo de complementaridade. O parâmetro $\sigma \in (0, 1)$ é chamado de parâmetro de centralização. Se $\sigma = 1$, então o sistema de KKT (3.5) define uma direção de centralização, um passo em direção a um ponto na trajetória de barreira. No outro extremo, $\sigma = 0$ fornece o passo de Newton puro, conhecido como a direção *affine-scaling*. Para balancear os objetivos de reduzir μ_k e melhorar a centralidade, σ pode ser escolhido no intervalo $(0, 1)$.

3.1.4 Testes de Convergência

As iterações do algoritmo Primal-Dual de PI são consideradas terminadas assim que:

$$\max \left\{ \max_i \{ \underline{x}_i - x_i^k \}, \max_i \{ x_i^k - \bar{x}_i \}, \|g(x_k)\|_\infty \right\} \leq \epsilon_1 \quad (3.14a)$$

$$\frac{\|\nabla f(x_k) + \nabla g(x_k)\lambda - \widehat{I}^T \pi_k + \widehat{I}^T \nu_k\|_\infty}{1 + \|x_k\|_2 + \|\lambda_k\|_2 + \|\pi_k\|_2 + \|\nu_k\|_2} \leq \epsilon_1 \quad (3.14b)$$

$$\frac{\rho_k}{1 + \|x_k\|_2} \leq \epsilon_2 \quad (3.14c)$$

Se os testes (3.14a), (3.14b) e (3.14c) são satisfeitos, então a viabilidade primal, a viabilidade dual e as condições de complementaridade são satisfeitas, significando que x_k é um ponto de KKT de precisão ϵ_1 . Tolerâncias de convergência típicas são $\epsilon_1 = 1 \times 10^{-4}$ e $\epsilon_2 = 10^{-2}\epsilon_1$.

3.2 O Método Preditor-Corretor de Pontos Interiores

Para se obter o algoritmo Preditor-Corretor de Mehrotra, em vez de aplicar o método de Newton a (3.5) para calcular a correção Δy para y_k , substitui-se o novo ponto $y_{k+1} = y_k + \Delta y$ diretamente em (3.5), para obter a aproximação:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & Z & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\ 0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta z \\ \Delta \pi \\ \Delta \nu \\ \Delta \lambda \\ \Delta x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi \\ Z\nu \\ \underline{x}_l + s - \widehat{I}x \\ \widehat{I}x + z - \bar{x}_l \\ g(x) \\ \nabla_x L(y) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_k e \\ \mu_k e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta S \Delta \pi \\ \Delta Z \Delta \nu \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

em que $\nabla_x L(y) = \nabla f(x) + \nabla g(x)\lambda - \widehat{I}^T \pi + \widehat{I}^T \nu$, $\Delta S = \text{diag}(\Delta s_1, \dots, \Delta s_p)$, e $\Delta Z = \text{diag}(\Delta z_1, \dots, \Delta z_p)$.

A maior diferença entre os sistemas de equações (3.15) e (3.6) é que o vetor do lado direito do sinal de igualdade em (3.15) não pode ser determinado de antemão por causa dos Δ -termos não-lineares $\Delta S \Delta \pi$ e $\Delta Z \Delta \nu$ em termos das incógnitas. A direção Δy que é obtida de (3.15) é formada por três componentes:

$$\Delta y = \Delta y_{af} + \Delta y_{ce} + \Delta y_{co} \quad (3.16)$$

em que cada componente é determinada por um dos três vetores no lado direito da igualdade (3.15). As três componentes de direções podem ser interpretadas como segue:

Δy_{af} : É a direção *affine-scaling*, a direção pura de Newton que é obtida quando se faz $\mu_k = 0$ em (3.6). É determinada pelo primeiro vetor no lado direito de (3.15), ou seja, como a solução do sistema:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & Z & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\ 0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s_{af} \\ \Delta z_{af} \\ \Delta \pi_{af} \\ \Delta v_{af} \\ \Delta \lambda_{af} \\ \Delta x_{af} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S\pi \\ Zv \\ \underline{x}_l + s - \widehat{I}x \\ \widehat{I}x + z - \bar{x}_l \\ g(x) \\ \nabla_x L(y) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Ela é responsável pela otimização, isto é, por reduzir as inviabilidades primal e dual e o resíduo de complementaridade.

Δy_{ce} : É a direção de *centralização*, cujo tamanho é governado pelo parâmetro μ_k que é escolhido adaptativamente. A direção Δy_{ce} é determinada pelo segundo vetor no lado direito de (3.15), ou seja, como a solução do sistema:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & Z & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\ 0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s_{ce} \\ \Delta z_{ce} \\ \Delta \pi_{ce} \\ \Delta v_{ce} \\ \Delta \lambda_{ce} \\ \Delta x_{ce} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_k e \\ \mu_k e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Ela mantém o ponto corrente afastado da fronteira da região viável e idealmente próximo da trajetória de barreira para melhorar as chances de tomar um passo grande na próxima iteração.

Δy_{co} : É a direção de *correção* que tenta compensar algumas das não-linearidades na direção Δy_{af} . A direção Δy_{co} é determinada pelo terceiro vetor no lado direito de

(3.15), ou seja, como a solução do sistema:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & Z & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\ 0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s_{co} \\ \Delta z_{co} \\ \Delta \pi_{co} \\ \Delta v_{co} \\ \Delta \lambda_{co} \\ \Delta x_{co} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta S \Delta \pi \\ \Delta Z \Delta v \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Claramente, as direções Δy_{af} e Δy_{ce} , quando combinadas, definem a direção de Newton que é calculada em (3.6). Entretanto, para lidar com as não-linearidades em (3.15), a direção Δy_{af} é calculada separadamente e antes da direção Δy_{ce} . Esse arranjo no cálculo de Δy provê a possibilidade de escolher μ_{k+1} adaptativamente e aproximar os termos de segunda-ordem $\Delta S \Delta \pi$ e $\Delta Z \Delta v$.

3.2.1 O Passo Predictor

Para determinar um passo que aproximadamente satisfaz (3.15), primeiro tiram-se os μ_k -termos e os Δ -termos no lado direito de (3.15) e resolve-se para a direção *affine-scaling*:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & Z & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\ 0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s_{af} \\ \Delta z_{af} \\ \Delta \pi_{af} \\ \Delta v_{af} \\ \Delta \lambda_{af} \\ \Delta x_{af} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S \pi \\ Z v \\ \underline{x}_l + s - \widehat{I} x \\ \widehat{I} x + z - \bar{x}_l \\ g(x) \\ \nabla f(x) + \nabla g(x) \lambda - \widehat{I}^T \pi + \widehat{I}^T v \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

A direção Δy_{af} é utilizada de duas formas distintas: (a) para aproximar os Δ -termos no lado direito de (3.15) e (b) para dinamicamente estimar o parâmetro de barreira μ_{k+1} .

Para estimar μ_{k+1} , considera-se primeiro a regra padrão (3.9) para se determinar o passo α_{af} que seria dado se a direção Δy_{af} fosse de fato utilizada:

$$\alpha_{af}^P = \min \left\{ 1, \gamma \times \min_i \left\{ \frac{-s_i^k}{\Delta s_i^{af}} \left| \Delta s_i^{af} < 0, \frac{-z_i^k}{\Delta z_i^{af}} \left| \Delta z_i^{af} < 0 \right. \right\} \right\} \quad (3.21a)$$

$$\alpha_{af}^D = \min \left\{ 1, \gamma \times \min_i \left\{ \frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i^{af}} \left| \Delta \pi_i^{af} < 0, \frac{-v_i^k}{\Delta v_i^{af}} \left| \Delta v_i^{af} < 0 \right. \right\} \right\} \quad (3.21b)$$

Segundo, calcula-se uma estimativa do resíduo de complementaridade por:

$$\rho_{af} = (s_k + \alpha_{af}^P \Delta s_{af})^T (\pi_k + \alpha_{af}^D \Delta \pi_{af}) + (z_k + \alpha_{af}^P \Delta z_{af})^T (v_k + \alpha_{af}^D \Delta v_{af}) \quad (3.22)$$

Finalmente, obtém-se uma estimativa μ_{af} para μ_{k+1} de:

$$\mu_{af} = \min \left\{ \left(\frac{\rho_{af}}{\rho_k} \right)^2 ; 0,2 \right\} \frac{\rho_{af}}{p} \quad (3.23)$$

Esse procedimento escolhe μ_{af} pequeno se a direção Δy_{af} produzir um decréscimo grande no resíduo de complementaridade, ou seja, se $\rho_{af} \ll \rho_k$, e escolhe μ_{af} grande caso contrário.

3.2.2 O Passo Corretor

Em vez de calcular a direção composta $\Delta y_{ce} + \Delta y_{co}$ para adicionar a Δy_{af} e então obter Δy , calcula-se a direção Δy de uma só vez de:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 & Z & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\ 0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta z \\ \Delta \pi \\ \Delta v \\ \Delta \lambda \\ \Delta x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S \pi - \mu_{af} e + \Delta S_{af} \Delta \pi_{af} \\ Z v - \mu_{af} e + \Delta Z_{af} \Delta v_{af} \\ \underline{x}_l + s - \widehat{I} x \\ \widehat{I} x + z - \bar{x}_l \\ g(x) \\ \nabla f(x) + \nabla g(x) \lambda - \widehat{I}^T \pi + \widehat{I}^T v \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Uma vez que os passos preditor e corretor são baseados sobre a mesma fatorização de matriz (ver as matrizes de coeficientes em (3.17) e (3.24)), o esforço adicional no método Preditor-Corretor está na solução do sistema linear extra para calcular a direção Δy_{af} , e no teste extra utilizado para calcular μ_{af} . Os benefícios que geralmente são obtidos desse esforço extra são reduções no contador de iterações e no tempo total de solução. Os passos principais do algoritmo Preditor-Corretor de PI são como segue:

1. Faça $k = 0$, escolha $\mu_0 > 0$ e um ponto inicial y_0 que satisfaça as condições de estrita positividade $(s_0, z_0, \pi_0, \nu_0) > 0$.
2. Forme a matriz $\nabla_{yy}^2 L(y_k; \mu_k)$ e obtenha a sua fatorização.
 - (a) Resolva o sistema (3.17) para a direção Δy_{af} , calcule α_{af} de (3.21) e obtenha μ_{af} de (3.22).
 - (b) Resolva o sistema (3.24) para a direção Δy .
3. Calcule o comprimento de passo α_k na direção Δy e obtenha um novo ponto como $y_{k+1} = y_k + \alpha_k \Delta y$.
4. Se y_{k+1} satisfaz o critério de convergência, então FIM. Caso contrário, faça $k \leftarrow k + 1$, reduza o parâmetro μ_k , e retorne para o passo 2.

Algoritmo 3.2: Método Primal-Dual Preditor-Corretor de Pontos Interiores para resolver o problema (2.1).

Capítulo 4

Tratamento de Requisitos do FPO em Tempo Real

NESTE CAPÍTULO SÃO apresentadas as metodologias propostas para o tratamento de três requisitos para o uso do FPO em tempo real. O primeiro requisito a ser apresentado é o *Cálculo de Soluções Discretas* e diz respeito à modelagem em estudos de FPO de variáveis de controle que se movem em passos discretos. O segundo requisito é o *Tratamento de Inviabilidades*, sem o qual torna-se impossível obter uma solução aproximada de FPO quando o problema matemático é inviável. O último requisito a ser apresentado é o de *Supressão de Ajustes Ineficazes*, que tem por objetivo tornar prático o número de ações de controle sugeridas em soluções de FPO.

4.1 Cálculo de Soluções Discretas

Na otimização de um SEP algumas variáveis de controle são contínuas como, por exemplo, a tensão de geradores e a potência ativa gerada, e outras podem ser ajustadas apenas em passos discretos como os tapes de transformadores e susceptâncias em paralelo. Dada a enorme complexidade de resolução de um problema de otimização não-linear com variáveis discretas [56,57], os métodos de otimização normalmente empregados na solução do FPO tratam todas as variáveis como contínuas. Uma vez encontrada uma solução ótima contínua, cada variável correspondente a um controle discreto é então aproximada para um valor discreto, geralmente o seu valor inteiro mais próximo. Todavia, após tal procedimento, a solução encontrada dificilmente é uma solução inteira-mista verdadeiramente ótima, podendo inclusive surgir inviabilidades, de forma que novas soluções de FPO podem ser requeridas [11].

4.1.1 Motivação

Define-se por $\mathcal{X}_{d_i} = \{d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{it}\}$ o conjunto dos t valores discretos admitidos pela variável discreta x_{d_i} . Em um problema de FPO a variável tape de transformador geralmente admite um elevado número de passos discretos, tipicamente 16 ou 32, resultando em pequenos incrementos na variável. Por outro lado, as variáveis susceptância paralelo de capacitores apresentam um pequeno número de passos, tipicamente 5, resultando em grandes incrementos na variável. Portanto, o arredondamento de uma solução contínua para um valor discreto torna-se bem mais crítico nesse último conjunto de variáveis, podendo resultar em pontos não-otimizados ou até mesmo inviáveis.

Nesse capítulo são estudadas e propostas algumas formulações de FPO com o propósito de obter uma solução discreta que seja de baixo custo computacional sem comprometer a qualidade da solução obtida em relação a solução discreta ótima do problema. A idéia básica é incorporar novas restrições à formulação de FPO contínua de forma a obter uma solução discreta utilizando um algoritmo de otimização contínua. Em outras palavras, resolve-se um novo problema de FPO contínuo

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && \hat{f}(x) \\ &\text{sujeito a} && \hat{g}(x) = 0 \\ &&& \underline{\tilde{x}}_l \leq \tilde{I}x \leq \overline{\tilde{x}}_l \end{aligned} \tag{4.1}$$

em que $\hat{f}(x)$, $\hat{g}(x)$, $\underline{\tilde{x}}_l$ e $\overline{\tilde{x}}_l$ modificam as funções $f(x)$ e $g(x)$ e os limites \underline{x}_l e \overline{x}_l do problema

padrão (2.1), respectivamente.

Destaca-se que as formulações propostas a seguir não tem o objetivo de obter soluções discretas rigorosamente ótimas por meio da simples inclusão de restrições na formulação, ou modificações na função-objetivo, e posterior solução por um método contínuo de otimização. A natureza combinatória do requisito de Cálculo de Soluções Discretas deve, em uma solução discreta rigorosamente ótima, ser explorada na técnica de solução empregada e não na simples reformulação do problema.

4.1.2 Metodologia I: Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios

Impor a restrição de que a variável x_{d_i} pode assumir apenas valores discretos do conjunto $\mathcal{X}_{d_i} = \{d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{it}\}$ é equivalente a impor que x_{d_i} seja uma raiz do seguinte polinômio:

$$\begin{aligned} p(x_{d_i}) &= \prod_{j=1}^t (x_{d_i} - d_{ij}) \\ &= (x_{d_i} - d_{i1})(x_{d_i} - d_{i2}) \dots (x_{d_i} - d_{it}) \\ &= a_0 x_{d_i}^t + a_1 x_{d_i}^{(t-1)} + a_2 x_{d_i}^{(t-2)} + \dots + a_{(t-1)} x_{d_i} + a_t \end{aligned} \quad (4.2)$$

em que

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_1 &= -\binom{t}{1} = -(d_{i1} + d_{i2} + \dots + d_{it}) \\ a_2 &= \binom{t}{2} = d_{i1}d_{i2} + \dots + d_{i1}d_{it} + d_{i2}d_{i3} + \dots + d_{i2}d_{it} + \dots + d_{i(t-1)}d_{it} \\ a_3 &= -\binom{t}{3} = -(d_{i1}d_{i2}d_{i3} + \dots + d_{i1}d_{i(t-1)}d_{it} + d_{i2}d_{i3}d_{i4} + \dots + d_{i(t-2)}d_{i(t-1)}d_{it}) \\ &\vdots \\ a_t &= (-1)^t \binom{t}{t} = (-1)^t (d_{i1}d_{i2} \dots d_{it}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

e $\binom{t}{p}$ simboliza a combinação dos t elementos do conjunto \mathcal{X}_{d_i} (as raízes do polinômio) tomados p a p . Observe que os coeficientes do polinômio (4.2) são formados a partir de combinações específicas das suas raízes, determinadas em (4.3). A prova é simples e pode

ser feita por indução [58, 59]. A título de exemplo, o polinômio para $t = 4$ é da forma:

$$\begin{aligned} p(x_{d_i}) &= (x_{d_i} - d_{i_1})(x_{d_i} - d_{i_2})(x_{d_i} - d_{i_3})(x_{d_i} - d_{i_4}) \\ &= a_0 x_{d_i}^4 + a_1 x_{d_i}^3 + a_2 x_{d_i}^2 + a_3 x_{d_i} + a_4 \end{aligned} \quad (4.4)$$

em que

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_1 &= -\binom{4}{1} = -(d_{i_1} + d_{i_2} + d_{i_3} + d_{i_4}) \\ a_2 &= \binom{4}{2} = d_{i_1}d_{i_2} + d_{i_1}d_{i_3} + d_{i_1}d_{i_4} + d_{i_2}d_{i_3} + d_{i_2}d_{i_4} + d_{i_3}d_{i_4} \\ a_3 &= -\binom{4}{3} = -(d_{i_1}d_{i_2}d_{i_3} + d_{i_1}d_{i_2}d_{i_4} + d_{i_1}d_{i_3}d_{i_4} + d_{i_2}d_{i_3}d_{i_4}) \\ a_4 &= \binom{4}{4} = d_{i_1}d_{i_2}d_{i_3}d_{i_4} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Computacionalmente, os coeficientes do polinômio podem ser calculados por meio de um algoritmo simples, como o implementado na função `poly` do MATLAB[®]. Pode ser observado, no Algoritmo 4.1 e na equação (4.3), que o coeficiente a_j é obtido de forma recursiva subtraindo-se do valor anterior de a_j o produto da raiz d_{i_k} pelo coeficiente a_{j-1} .

1. Dado o conjunto discreto \mathcal{X}_{d_i} e $t = |\mathcal{X}_{d_i}|$, defina $a_j^1 = 0$, para $j = 1, 2, \dots, t$.
 2. Para $k = 1, 2, \dots, t$, faça

$$a_1^k = a_1^{(k-1)} - d_{i_k}$$
 Para $j = 2, 3, \dots, k$, faça

$$a_j^k = a_j^{(k-1)} - d_{i_1} a_{(j-1)}^{(k-1)}$$
 Fim Para
- Fim Para

Algoritmo 4.1: Cálculo dos coeficientes polinomiais.

Sem perda de generalidade, considera-se que o problema de FPO possui $|\mathcal{T}|$ variáveis tape de transformador, e $|\mathcal{C}|$ variáveis susceptância em paralelo. As variáveis podem ter números distintos de passos discretos. Ainda, por questão de conveniência, define-se $\mathcal{D} = \mathcal{T} \cup \mathcal{C}$ como o conjunto de índices das variáveis correspondentes a controles discretos do problema de FPO. Assim, as restrições polinomiais que modelam a natureza discreta das

susceptâncias em paralelo b_i^{sh} e dos tapes t_{ij} são:

$$a_0 b_i^{sh(t)} + a_1 b_i^{sh(t-1)} + a_2 b_i^{sh(t-2)} + \dots + a_{t-1} b_i^{sh} = 0, \quad \text{para } i \in C \quad (4.6)$$

$$a_0 t_{ij}^{(t)} + a_1 t_{ij}^{(t-1)} + a_2 t_{ij}^{(t-2)} + \dots + a_{t-1} t_{ij} = 0, \quad \text{para } (i, j) \in \mathcal{T} \quad (4.7)$$

as quais podem ser representadas numa forma vetorial compacta como:

$$i(x) = 0 \quad (4.8)$$

em que as componentes do vetor $i : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^{|\mathcal{D}|}$ são as funções polinomiais no lado esquerdo das igualdades nas equações (4.6) e (4.7). Dessa forma, define-se o vetor de restrições de igualdade do problema modificado (4.1) como:

$$\hat{g}(x) = \begin{bmatrix} g(x) \\ i(x) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

A Figura 4.1 ilustra uma restrição polinomial do tipo $p(x_{di}) = 0$ em que, por exemplo, $p(x_{di})$ é uma função polinomial do segundo grau. Essa restrição só pode ser atendida de duas formas: $x_{di} = d_{i1}$ ou $x_{di} = d_{i2}$.

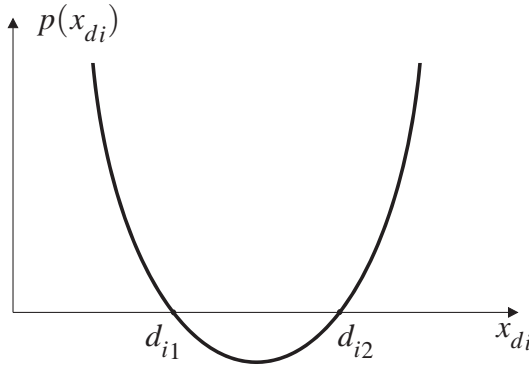


Figura 4.1: Exemplo de curva associada a um polinômio de segundo grau.

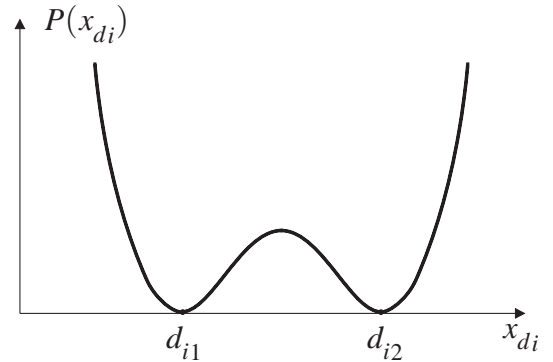


Figura 4.2: Exemplo de polinômio utilizado na Metodologia I.

Apesar de serem aparentemente triviais, restrições polinomiais são extremamente difíceis de serem atendidas. Uma das dificuldades envolvendo esse tipo de restrição está na incerteza sobre a viabilidade das raízes polinomiais quando da formulação do problema de FPO. Ou seja, não se pode garantir *a priori* que esses valores discretos, em conjunto com os demais controles, fornecerão pelo menos uma solução viável.

Para evitar as dificuldades decorrentes da modificação (4.9), envolvendo restrições po-

linomiais, buscou-se uma forma alternativa mais suave de impor tais restrições. A Figura 4.2 ilustra essa metodologia alternativa. Em vez de impor uma busca por raízes de um polinômio $p(x_{d_i})$, mudou-se o paradigma para busca de pontos de mínimos locais da função polinomial $P(x_{d_i}) = [p(x_{d_i})]^2$.

Sendo uma função polinomial, $p(x_{d_i})$ é uma função continuamente diferenciável. A metodologia desenvolvida nessa seção realiza a seguinte modificação sobre a função-objetivo original (2.1):

$$\hat{f}(x) = f(x) + \frac{c}{2} \sum_{i \in \mathcal{D}} \omega_i [p(x_{d_i})]^2 \quad (4.10)$$

em que c é um número grande, que pondera a minimização das funções polinomiais em relação ao objetivo original, e ω_i é o peso de cada função $P(x_{d_i})$ e denota seu grau de importância em relação às demais. As derivadas de primeira e segunda ordem da função polinomial $P(x_{d_i})$ são as seguintes:

$$\frac{dP(x_{d_i})}{dx_{d_i}} = p(x_{d_i}) \frac{dp(x_{d_i})}{dx_{d_i}} \quad (4.11)$$

$$\frac{d^2P(x_{d_i})}{dx_{d_i}^2} = \left[\left(\frac{dp(x_{d_i})}{dx_{d_i}} \right)^2 + p(x_{d_i}) \frac{d^2p(x_{d_i})}{dx_{d_i}^2} \right] \quad (4.12)$$

A modificação (4.10) apresenta algumas vantagens sobre a adição simples de restrições polinomiais, sendo a mais importante a não exigência da viabilidade dos valores discretos. Ou seja, caso seja impossível obter uma solução viável que contenha todos os valores discretos, o método de solução fornecerá a melhor solução viável para o problema (4.1), com $\hat{f}(x)$ definida por (4.10) e $\hat{g}(x) = g(x)$, mesmo que $x_{d_i} \notin \mathcal{X}_{d_i}$.

Analisando com mais detalhes a equação (4.12), nota-se que as derivadas de segunda ordem serão garantidamente positivas somente quando o segundo termo do lado direito da igualdade for maior ou igual ao negativo do primeiro termo. Como cada polinômio em (4.10) é função de apenas uma variável então, supondo que $f(x) = 0$, a matriz hessiana $\nabla^2 \hat{f}$ será garantidamente positiva semidefinida se, e somente se,

$$p(x_{d_i}) \frac{d^2p(x_{d_i})}{dx_{d_i}^2} \geq - \left(\frac{dp(x_{d_i})}{dx_{d_i}} \right)^2, \forall i \quad (4.13)$$

Supondo que cada função polinomial $p(x_{d_i})$ é de segundo grau, a segunda derivada em relação a x_{d_i} é constante e igual a 2. Adicionalmente, cada função $p(x_{d_i})$ é nula em ambas as raízes $x_{d_i} \in \{d_{i1}, d_{i2}\}$. Devido ao formato dos termos polinomiais nas equações (4.10),

(4.11) e (4.12), para polinômios de segundo grau, ser semelhante ao de termos derivados de problemas de mínimos quadrados não-lineares, as derivadas (4.12) podem ser aproximadas por meio do método de Gauss-Newton [54] da seguinte forma:

$$\frac{d^2 P(x_{d_i})}{dx_{d_i}^2} \approx \left(\frac{dp(x_{d_i})}{dx_{d_i}} \right)^2 \quad (4.14)$$

A modificação (4.14) apresenta algumas vantagens em relação a (4.12), por exemplo, ela satisfaz a condição de não negatividade sobre as derivadas de segunda ordem, além de proporcionar uma pequena redução do esforço computacional na avaliação dessas derivadas. Ainda, como a função polinomial é nula nas raízes, a equação (4.14) é uma excelente aproximação para (4.12) nas proximidades dos valores discretos.

Portanto, a proposta é desenvolver um método de duas fases, denominadas Fase I e Fase II, em que na Fase I a solução tradicional do FPO é obtida. A partir dessa solução, para cada x_{l_i} com $i \in \mathcal{D}$ define-se um novo intervalo com $\underline{\tilde{x}}_{l_i} = d_{i(k-1)}$ e $\overline{\tilde{x}}_{l_i} = d_{ik}$ tal que $x_{l_i}^* \in [\underline{\tilde{x}}_{l_i}, \overline{\tilde{x}}_{l_i}]$, em que $d_{i(k-1)}$ e d_{ik} são valores discretos consecutivos e distintos associados a variável x_{l_i} , e $x_{l_i}^*$ é o valor ótimo obtido na Fase I. Na Fase II, resolve-se o problema modificado (4.1) com $\hat{f}(x)$ definido por (4.10), $\hat{g}(x) = g(x)$ e os limites modificados $\underline{\tilde{x}}_{l_i}$ e $\overline{\tilde{x}}_{l_i}$, utilizando a solução da Fase I como inicialização.

4.1.3 Metodologia II: Funções de Complementaridade Não-Lineares

A segunda metodologia proposta para o *Cálculo de Soluções Discretas* utiliza uma *Função de Complementaridade Não-Linear* (FCNL), a qual é qualquer função $\psi : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ que satisfaz a seguinte propriedade:

$$\psi(a, b) = 0 \iff ab = 0, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0 \quad (4.15)$$

Alguns exemplos de funções de complementaridade não-lineares são:

$$\psi(a, b) = a + b - \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.16)$$

$$\psi(a, b) = \frac{1}{2} (\min\{a, b\})^2 \quad (4.17)$$

$$\psi(a, b) = \frac{1}{2} \left[(ab)^2 + (\min\{0, a\})^2 + (\min\{0, b\})^2 \right] \quad (4.18)$$

Apesar de ter atraído bastante atenção, a FCNL (4.16), proposta em [60], não é diferenciável na origem. Uma alternativa é utilizar a seguinte FCNL, proposta por Fischer-Burmeister [60, 61]:

$$\psi_\tau(a, b) = a + b - \sqrt{a^2 + b^2 + 2\tau}, \quad \tau > 0 \quad (4.19)$$

cujos zeros são caracterizados por

$$\psi_\tau(a, b) = 0 \iff ab = \tau, \quad a > \tau, \quad b > \tau \quad (4.20)$$

Note que, a medida que o parâmetro τ se aproxima de zero, a FCNL (4.19) se aproxima de (4.16). Para $\tau > 0$, essa função é continuamente diferenciável, uma vez que:

$$\frac{\partial \psi_\tau(a, b)}{\partial a} = 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\tau}} \in (0, 2) \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \psi_\tau(a, b)}{\partial b} = 1 - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\tau}} \in (0, 2) \quad (4.22)$$

A FCNL (4.19) foi utilizada em [62] para reformular o problema de FPO como um sistema de equações não-lineares, de maneira a ser resolvido por métodos já conhecidos, como o método de Newton. Nesse trabalho, a FCNL (4.19) é utilizada para representar uma restrição discreta de forma contínua. A proposta é desenvolver um método de duas fases, denominadas de Fase I e Fase II, em que na Fase I a solução tradicional do FPO é obtida. Na Fase II, o problema padrão (2.1) é modificado pela inclusão de restrições adicionais baseadas em FCNL. O problema de FPO modificado pode então ser resolvido pelos métodos de PI discutidos no Capítulo 3.

Existem várias maneiras de reformular a restrição discreta $x_{d_i} \in \mathcal{X}_{d_i} = \{d_{i1}, d_{i2}\}$ como uma restrição equivalente contínua. A reformulação mais simples é impor uma restrição polinomial de acordo com a Metodologia I da seguinte forma:

$$p(x_{d_i}) = (x_{d_i} - d_{i1})(d_{i2} - x_{d_i}) = 0 \quad (4.23)$$

ou, de forma equivalente, supondo que a variável foi limitada ao intervalo $x_{d_i} \in [d_{i1}, d_{i2}]$, por meio das respectivas variáveis de folga:

$$s_i z_i = 0 \quad (4.24)$$

Infelizmente, a inclusão de restrições do tipo (4.23) ou (4.24) têm várias implicações sobre os métodos de PI, causando duas grandes dificuldades de convergência. Primeiro, restrições da forma (4.23) ou (4.24), em que o produto de duas variáveis não negativas deve ser nulo, são semelhantes às equações de complementaridade $s_i\pi_i = 0$ e $z_i\nu_i = 0$ e, conseqüentemente, são restrições bastante severas. Essas restrições de igualdade governam o processo de convergência de tal forma que sejam as primeiras a serem satisfeitas, fazendo com que uma das variáveis de folga s_i ou z_i se aproxime rápida e precocemente de zero. Ainda, de acordo com [7, 41], quando uma variável de folga tende para zero muito mais rápido que as demais, de forma que $s_i\pi_i \ll s_j\pi_j$ para algum i e j , as iterações realizadas pelo método de PI tornam-se mal centralizadas, resultando em comprimentos de passo α_k extremamente pequenos e, eventualmente, na não-convergência. O segundo problema é que (4.23) corresponde a seguinte equação polinomial:

$$-x_{d_i}^2 + (d_{i1} + d_{i2})x_{d_i} - d_{i1}d_{i2} = 0 \quad (4.25)$$

Como pode ser visualizado na Figura 4.1, existe um ponto estacionário entre as raízes d_{i1} e d_{i2} , ou seja, um ponto em que o gradiente dessa restrição é nulo. Conseqüentemente, nesse ponto, a matriz gradiente expandida $\nabla\hat{g}(x)$ não possui posto completo e, portanto, a qualificação de independência linear das restrições não é satisfeita, e a matriz do sistema de Newton (3.6) se torna singular.

De maneira a contornar problemas de singularidade, a restrição $x_{d_i} \in \mathcal{X}_{d_i}$ é representada pela FNCL (4.19) em função das variáveis de folga s_i e z_i , e do parâmetro τ , da seguinte forma:

$$\psi_\tau(s_i, z_i) = s_i + z_i - \sqrt{s_i^2 + z_i^2 + 2\tau} = 0 \quad (4.26)$$

em que, de acordo com a propriedade (4.20),

$$\psi_\tau(s_i, z_i) = 0 \iff s_i z_i = \tau, \quad s_i > \tau, \quad z_i > \tau \quad (4.27)$$

Note que em (4.26), s_i e z_i , por definição, não podem ser nulas simultaneamente. Ainda, como as condições de positividade $s_i \geq 0$ e $z_i \geq 0$ são satisfeitas pela FCNL, as duas variáveis de folga podem ser removidas da função de barreira logarítmica, evitando que ocorram dificuldades numéricas quando as folgas se aproximam rapidamente de zero.

O problema contínuo que é então resolvido na Fase II é o seguinte:

$$\begin{aligned}
\text{Minimize} \quad & f(x) - \mu_k \sum_{i \in \mathcal{D}}^p (\ln s_i + \ln z_i) \\
\text{sujeito a} \quad & g(x) = 0 \\
& \underline{x}_l + s - \widehat{I}x = 0, \quad s > 0 \\
& \widehat{I}x + z - \bar{x}_l = 0, \quad z > 0 \\
& \psi_\tau(s_{\mathcal{D}}, z_{\mathcal{D}}) = 0
\end{aligned} \tag{4.28}$$

em que $\psi_\tau \in \mathbb{R}^{2|\mathcal{D}|} \mapsto \mathbb{R}^{|\mathcal{D}|}$ é o vetor de funções de complementaridade não-linear $\psi_\tau(s_i, z_i)$ em que $i \in \mathcal{D}$. Definindo $\eta \in \mathbb{R}^{|\mathcal{D}|}$ como o vetor de multiplicadores de Lagrange correspondente ao vetor de restrições adicionais, o sistema de Newton torna-se o seguinte:

$$\begin{bmatrix}
D_s & E & D_\pi & 0 & \nabla_s \psi_\tau & 0 & 0 \\
E^T & D_z & 0 & D_v & \nabla_s \psi_\tau & 0 & 0 \\
I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\widehat{I} \\
0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & \widehat{I} \\
\nabla_s \psi_\tau^T & \nabla_z \psi_\tau^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla g(x)^T \\
0 & 0 & -\widehat{I}^T & \widehat{I}^T & 0 & \nabla g(x) & \nabla_{xx}^2 L(y)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta s \\
\Delta z \\
\Delta \pi \\
\Delta v \\
\Delta \eta \\
\Delta \lambda \\
\Delta x
\end{bmatrix}
= -
\begin{bmatrix}
\nabla_s L \\
\nabla_z L \\
\underline{x}_l + s - \widehat{I}x \\
\widehat{I}x + z - \bar{x}_l \\
\psi_\tau(s_{\mathcal{D}}, z_{\mathcal{D}}) \\
g(x) \\
\nabla_x L
\end{bmatrix} \tag{4.29}$$

em que $\nabla_s L$ e $\nabla_z L$ são os gradientes da função de Lagrange com respeito a s e z , explicitados por:

$$\nabla_{s_i} L = \begin{cases} \pi_i + \eta_j - \frac{s_i \eta_j}{\sqrt{s_i^2 + z_i^2 + 2\tau}} & , \text{ se } i \in \mathcal{D} \\ s_i \pi_i - \mu_k & , \text{ se } i \notin \mathcal{D} \end{cases} \tag{4.30}$$

$$\nabla_{z_i} L = \begin{cases} \nu_i + \eta_j - \frac{z_i \eta_j}{\sqrt{s_i^2 + z_i^2 + 2\tau}} & , \text{ se } i \in \mathcal{D} \\ z_i \nu_i - \mu_k & , \text{ se } i \notin \mathcal{D} \end{cases} \tag{4.31}$$

D_s, D_π, D_z e D_v são matrizes diagonais denotadas por:

$$D_{ii}^s = (\nabla_{s_i s_i}^2 L) = \begin{cases} \frac{-(z_i^2 + 2\tau)\eta_j}{(s_i^2 + z_i^2 + 2\tau)^{\frac{3}{2}}} & , \text{ se } i \in \mathcal{D} \\ \pi_i & , \text{ se } i \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (4.32)$$

$$D_{ii}^\pi = (\nabla_{s_i \pi_i}^2 L) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } i \in \mathcal{D} \\ s_i & , \text{ se } i \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (4.33)$$

$$D_{ii}^z = (\nabla_{z_i z_i}^2 L) = \begin{cases} \frac{-(s_i^2 + 2\tau)\eta_j}{(s_i^2 + z_i^2 + 2\tau)^{\frac{3}{2}}} & , \text{ se } i \in \mathcal{D} \\ v_i & , \text{ se } i \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (4.34)$$

$$D_{ii}^v = (\nabla_{z_i v_i}^2 L) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } i \in \mathcal{D} \\ z_i & , \text{ se } i \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (4.35)$$

E é uma matriz diagonal $p \times p$ com apenas $|\mathcal{D}|$ elementos não nulos, correspondentes às variáveis discretas, explicitada por:

$$E_{ii} = (\nabla_{s_i z_i}^2 L) = \begin{cases} \frac{s_i z_i \eta_j}{(s_i^2 + z_i^2 + 2\tau)^{\frac{3}{2}}} & , \text{ se } i \in \mathcal{D} \\ 0 & , \text{ se } i \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (4.36)$$

Finalmente, $\nabla_s \psi_\tau$ e $\nabla_z \psi_\tau$ são matrizes gradiente $p \times |\mathcal{D}|$ com apenas um elemento não nulo por coluna, definidas por:

$$\left(\nabla_{s_i} \psi_{\tau j} \right) = \frac{\partial \psi_{\tau j}}{\partial s_i} = 1 - \frac{s_i}{\sqrt{s_i^2 + z_i^2 + 2\tau}} \quad , i \in \mathcal{D} \quad (4.37)$$

$$\left(\nabla_{z_i} \psi_{\tau j} \right) = \frac{\partial \psi_{\tau j}}{\partial z_i} = 1 - \frac{z_i}{\sqrt{s_i^2 + z_i^2 + 2\tau}} \quad , i \in \mathcal{D} \quad (4.38)$$

Além de modificar o sistema de Newton, a Fase II da metodologia envolvendo FCNL modifica também as razões em (3.9a) e (3.9b), para cálculo dos comprimentos de passo. Somente as variáveis de folga e os multiplicadores de Lagrange associados aos controles contínuos são utilizados:

$$\alpha_k^P = \min \left\{ 1, \gamma \min_{i \notin \mathcal{D}} \left\{ \frac{-s_i^k}{\Delta s_i} \Delta s_i < 0, \frac{-z_i^k}{\Delta z_i} \Delta z_i < 0 \right\} \right\} \quad (4.39a)$$

$$\alpha_k^D = \min \left\{ 1, \gamma \min_{i \notin \mathcal{D}} \left\{ \frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i} \Delta \pi_i < 0, \frac{-v_i^k}{\Delta v_i} \Delta v_i < 0 \right\} \right\} \quad (4.39b)$$

De maneira similar, o resíduo de complementaridade é calculado da seguinte forma:

$$\rho_k = \sum_{i \notin \mathcal{D}} (s_i^k \pi_i^k + z_i^k v_i^k) \quad (4.40)$$

4.2 Tratamento de Inviabilidades

Em virtude do crescimento da demanda por energia elétrica, os sistemas elétricos tendem naturalmente a operar cada vez mais próximos de seus limites. Ao se deparar com um problema inviável, programas computacionais que não são dotados da função de tratamento de inviabilidades finalizam o processo iterativo de otimização como não-convergado, deixando o operador de sistemas sem explicações detalhadas sobre os motivos que levaram à não-convergência do método de solução. Nessa seção, desenvolve-se uma metodologia, denominada de *Mínima Violação dos Limites Operacionais* (MVLO), para tratamento de casos inviáveis na solução de problemas de FPO. Essa metodologia provê mecanismos para identificar um caso inviável, contornando a inviabilidade do problema por meio da relaxação dos limites operacionais. A solução obtida por essa metodologia deve ser utilizada como ponto de operação do sistema durante uma contingência severa, não prevista pelo despacho de segurança, ou como ferramenta de análise para nortear investimentos no sistema elétrico em questão.

4.2.1 Motivação

Considere um problema de otimização expresso na forma padrão (2.1), repetido abaixo por conveniência:

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && g(x) = 0 \\ &&& \underline{x}_l \leq x_l \leq \bar{x}_l \end{aligned}$$

Rigorosamente, o conjunto de todos os pontos viáveis \mathcal{V} pode ser definido da seguinte forma:

$$\mathcal{V} = \left\{ x \mid g(x) = 0, \underline{x}_l \leq x_l \leq \overline{x}_l \right\} \quad (4.41)$$

O conjunto dos pontos x que não pertencem ao conjunto \mathcal{V} , denominados pontos inviáveis, pertencem ao conjunto complementar $\overline{\mathcal{V}} = \{x \mid x \in \mathcal{S}, x \notin \mathcal{V}\}$. Se o problema em questão não apresenta pontos viáveis, ou seja, $\mathcal{V} = \emptyset$, então o problema como formulado em (2.1) é dito inviável.

Se $x \in \mathcal{V}$ então a restrição de desigualdade x_{l_i} pode ser ativa ou inativa. A restrição x_{l_i} será dita ativa se, e somente se, $x_{l_i} = \underline{x}_{l_i}$ ou $x_{l_i} = \overline{x}_{l_i}$ e será dita inativa se as desigualdades em (2.1) forem estritamente satisfeitas. As restrições de igualdade $g_i(x) = 0$ são ativas por definição.

As Figuras 4.3 e 4.4 ilustram exemplos de problemas viáveis e inviáveis, respectivamente. Na Figura 4.3 o segmento de reta \overline{ab} , representa todos os pontos ditos viáveis, ou seja, todos os pontos que atendem simultaneamente às restrições de igualdade $g(x) = 0$ e desigualdade $x_l \in [\underline{x}_l, \overline{x}_l]$. Nos pontos $x \in \overline{ab}$, a restrição $\underline{x}_l \leq x_l \leq \overline{x}_l$ é ativa no limite superior \overline{x}_l para os valores extremos do segmento e inativa para os demais valores. A inviabilidade de um problema está intimamente relacionada com o estado ativo de uma restrição de desigualdade, enquanto que uma restrição inativa não acrescenta maiores dificuldades ao processo de solução.

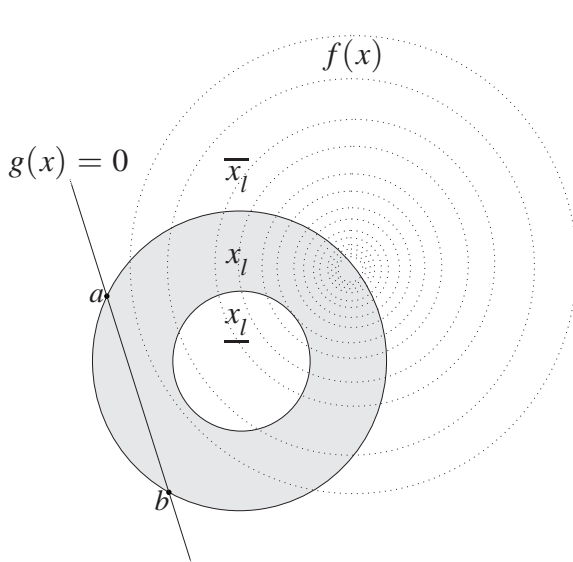


Figura 4.3: Exemplo de caso viável.

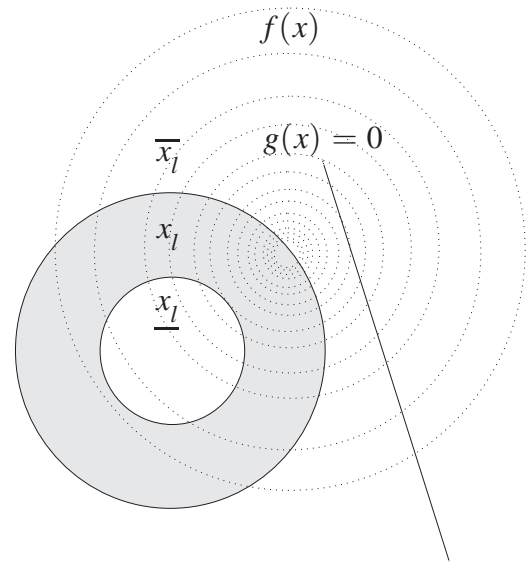


Figura 4.4: Exemplo de caso inviável.

A Figura 4.4 ilustra um caso em que não existe pontos viáveis, ou seja, pontos que aten-

dam simultaneamente às restrições de igualdade e desigualdade impostas pela formulação do problema de otimização. Nota-se ainda que a restrição que está sendo violada é $x_l \leq \bar{x}_l$, equanto que o limite inferior da restrição x_l está sendo perfeitamente atendido, pois, qualquer ponto que satisfaz a restrição de igualdade $g(x) = 0$ também satisfaz $x_l \geq \underline{x}_l$.

Por meio das Figuras 4.3 e 4.4 facilmente se identificam quais limites estão ativos e quais estão inativos, qual problema é viável e qual é inviável, e qual limite da restrição de desigualdade está implicando na inviabilidade do problema de otimização. Na prática, as dimensões dos problemas de FPO inviabilizam a análise gráfica dos mesmos, tornando a identificação da inviabilidade de um problema, assim como das restrições que levaram à essa inviabilidade, uma tarefa extremamente difícil.

4.2.2 Identificação de Inviabilidade Durante a Solução

Suponha que durante o processo de convergência o limite inferior da restrição x_{li} está provocando a inviabilidade do problema de otimização. Então, devido à tendência de violar esse limite, $s_i \rightarrow 0$. De forma semelhante, supondo que durante o processo de convergência o limite superior da restrição x_{li} está provocando a inviabilidade do problema de otimização, então, devido à tendência de violar esse limite, $z_i \rightarrow 0$.

De forma geral, o principal aspecto de um problema inviável, consequência direta da anulação brusca de uma ou mais variáveis de folga, é a tendência a zero do passo primal definido pela equação (3.9a), o que resulta na estagnação do processo iterativo. Em implementações computacionais sofisticadas, providas de monitoramento de ambos os comprimentos de passo, a tendência a zero do passo primal e a permanência do mesmo nesse valor são, usualmente, as primeiras manifestações da inviabilidade do problema.

Adicionalmente, como os multiplicadores de Lagrange podem ser interpretados como a sensibilidade da função-objetivo às variações nos níveis das restrições do problema de otimização, a inviabilidade de um problema também está relacionada com o comportamento do multiplicador de Lagrange correspondente ao limite que está provocando a inviabilidade. Esse multiplicador terá um valor não nulo e, relativamente aos demais multiplicadores, grande em módulo, representando a “vontade” do processo de convergência de ir além, no sentido de ultrapassar o limite imposto pelo problema.

Um caso interessante ocorre quando o problema de otimização é viável, porém sua solução encontra-se sobre a fronteira de uma ou mais restrições de desigualdade. Em outras palavras, mesmo existindo uma solução viável, a variável de folga s ou z também tenderá a zero se, na solução, a restrição de desigualdade correspondente for ativa. As Figuras

4.5 e 4.6 ilustram situações em que, na solução, a desigualdade x_l é ativa devido ao limite inferior e devido ao limite superior, ou seja, $x_l = \underline{x}_l$ e $x_l = \overline{x}_l$, respectivamente.

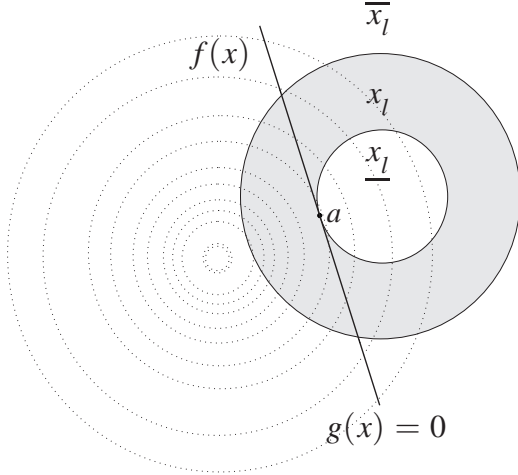


Figura 4.5: Restrição inferior ativa.

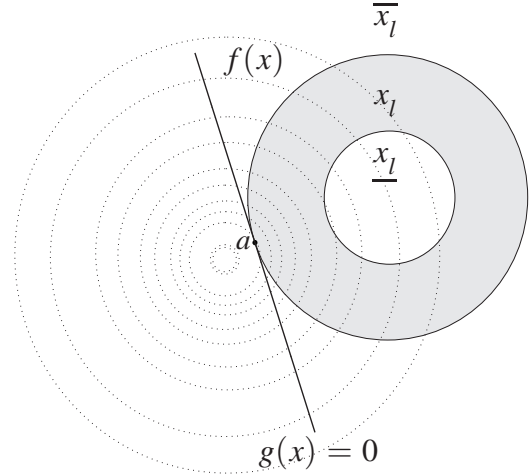


Figura 4.6: Restrição superior ativa.

Na próxima seção é proposta uma metodologia para identificação e relaxação dos limites causadores da inviabilidade de um problema de FPO.

4.2.3 Formulação da Metodologia de Mínima Violação dos Limites Operacionais

O tratamento de inviabilidades desenvolvido nessa Dissertação foi iniciado em [23], em que uma formulação matemática para o tratamento de inviabilidades, visando à minimização da violação dos limites associados ao módulo de tensão, é apresentada para PL. O método de MVLO, apresentada nessa seção na forma de um problema de FPO, é uma extensão de [23] para PNL.

O problema de MVLO consiste em minimizar uma função modificada para prover uma solução na qual os limites que causam a inviabilidade do problema original sejam minimamente violados. Sejam $\overline{\mathcal{V}}_m$ e $\overline{\mathcal{V}}_M$ os conjuntos dos índices das restrições inferiores e superiores causadoras da inviabilidade, respectivamente. Como uma restrição x_l não pode se aproximar dos seus dois limites ao mesmo tempo, tem-se que $\overline{\mathcal{V}}_m \cap \overline{\mathcal{V}}_M = \emptyset$. O

problema modificado para minimizar violações dos limites pode ser expresso na forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize} \quad & f(x) + \frac{c}{2} \sum_{i \in \overline{\mathcal{V}}_m} \omega_i [x_{li} - \underline{x}_{li}^0]^2 + \frac{c}{2} \sum_{i \in \overline{\mathcal{V}}_M} \omega_i [x_{li} - \overline{x}_{li}^0]^2 \\
 \text{sujeito a} \quad & g(x) = 0 \\
 & \underline{x}_{li} \leq x_{li} \leq \overline{x}_{li}, \quad \forall i \notin \overline{\mathcal{V}}_m \cup \overline{\mathcal{V}}_M \\
 & \widetilde{\underline{x}}_{li} \leq x_{li} \leq \widetilde{\overline{x}}_{li}, \quad \forall i \in \overline{\mathcal{V}}_m \cup \overline{\mathcal{V}}_M
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

em que c é um número grande que pondera a minimização das violações em relação ao objetivo original, ω_i é o peso da restrição e denota seu grau de importância em relação às demais restrições violadas, \underline{x}_{li}^0 e \overline{x}_{li}^0 são os limites inferior e superior iniciais, e $\widetilde{\underline{x}}_{li}$ e $\widetilde{\overline{x}}_{li}$ os limites inferior e superior modificados da restrição x_{li} , respectivamente.

Uma modificação em relação a formulação proposta em [23] é que, as restrições que foram violadas continuam presentes no conjunto de restrições do problema. Essas restrições sofrem apenas modificações nos seus limites, de forma a tornar uma restrição ativa em inativa. Essa modificação, apesar de não usufruir da redução de dimensão quando da retirada de um limite ativo, mantém a estrutura padrão do sistema de Newton definida no Capítulo 3. Dessa forma, o problema (4.42) pode ser resolvido pelo mesmo código computacional desenvolvido para a formulação padrão (2.1), sendo necessária apenas a inclusão dos termos de mínima violação na função-objetivo e de uma rotina dedicada à identificação da inviabilidade e relaxação dos limites do problema original.

Assim, após caracterizada a inviabilidade na solução, a adição do termo de mínima violação modifica o problema original por meio da relaxação dos limites que causam a inviabilidade, e minimiza a distância entre o valor do limite violado e da restrição correspondente. De maneira geral, a relaxação dos limites é realizada por valores σ_m , quando o limite violado é o inferior, ou por valores σ_M , quando o limite violado é o superior. Adicionalmente, pode-se considerar valores diferentes de relaxação dos limites em função do nível de segurança [8] sob o qual um sistema elétrico está sendo operado.

Baseado no que foi exposto nessa seção, a metodologia proposta para a identificação da inviabilidade de um problema de FPO, durante o processo iterativo de solução, é estabelecida pelo Algoritmo 4.2. Esse método de identificação deverá ser adicionado entre os passos 3 e 4 dos Algoritmos 3.1 e 3.2.

1. Escolha as tolerâncias ϵ_{passo} , ϵ_{folga} e ϵ_{multi} .
2. Se $\alpha_p \leq \epsilon_{passo}$, então faça:
 - (a) Se $\exists i$ tal que $[(s_i \leq \epsilon_{folga}) \text{ e } (\pi_i \geq \epsilon_{multi})]$, então faça:

$$\overline{\mathcal{V}}_m \leftarrow \overline{\mathcal{V}}_m \cup i$$

$$\underline{\tilde{x}}_{li} \leftarrow \underline{x}_{li}^0 - \sigma_m$$
 - (b) Senão, se $\exists i$ tal que $[(z_i \leq \epsilon_{folga}) \text{ e } (v_i \geq \epsilon_{multi})]$, então faça:

$$\overline{\mathcal{V}}_M \leftarrow \overline{\mathcal{V}}_M \cup i$$

$$\underline{\tilde{x}}_{li} \leftarrow \underline{x}_{li}^0 + \sigma_M$$
3. Se $[(\overline{\mathcal{V}}_m \neq \emptyset) \text{ ou } (\overline{\mathcal{V}}_M \neq \emptyset)]$, então faça:
 - (a) Reinicialize as variáveis s , z , π , v e o parâmetro de barreira μ .
 - (b) Continue o processo iterativo resolvendo o problema modificado (4.42).

Algoritmo 4.2: Método de identificação e relaxação de limites causadores da inviabilidade de um problema de FPO na forma padrão (2.1).

4.3 Supressão de Ajustes Ineficazes

Uma deficiência crítica das formulações clássicas de problemas de FPO é que o número de controles sugeridos em uma solução é frequentemente muito grande, impossibilitando sua implementação mesmo em um EMS que dispõe de sistemas automáticos de controle. Uma vez que um problema de FPO sugere modificações em controles com base em valores iniciais para os mesmos, o número de ações de controles deve ser limitado em função das práticas atuais de operação, o que significa ajustes apenas em controles cujos efeitos são significativos. De acordo com [2], há pouca esperança em se obter rapidamente uma solução ótima para o problema de *Supressão de Ajustes Ineficazes*. Adicionalmente, o compromisso deve ser o de desenvolver um método com o qual se obtenha uma aproximação da solução ótima e que seja rápido o suficiente para fins práticos. A metodologia proposta nessa seção tem por objetivo encontrar uma boa aproximação da solução ótima para o problema de *Supressão de Ajustes Ineficazes*. A seguir, são apresentadas algumas das características dessa metodologia:

- São resolvidos três problemas de FPO correlacionados, utilizando uma solução subdividida em três fases, denominadas Fase I, Fase II e Fase III;
- Na Fase I é obtida a solução tradicional do FPO. A solução da Fase I é então utilizada na definição do problema da Fase II;
- Os multiplicadores de Lagrange obtidos na Fase II são utilizados para identificar as ações de controle mais efetivas, porém o número de ações desejadas deve ser previamente especificado;
- A solução da Fase III reajusta as magnitudes das ações mais efetivas, de forma a compensar os controles omitidos.

4.3.1 Formulação para Supressão de Ajustes Ineficazes

Inicialmente, pode-se pensar em usar multiplicadores de Lagrange associados aos limites sobre controles como uma forma de identificar a sensibilidade da função-objetivo em relação a esses controles. Contudo, se a ação ótima não implica em uma ou mais restrições tornarem-se ativas, o que é extremamente desejável para fins práticos, os multiplicadores de Lagrange correspondentes são nulos. Uma vez nulos e iguais, os multiplicadores de Lagrange não distinguem os impactos dos controles sobre a função-objetivo.

Portanto, para se obter multiplicadores de Lagrange não-nulos para todas as ações de controle, dois problemas de FPO são formulados e resolvidos. Na Fase II, o problema modificado a ser resolvido é o seguinte:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize} && \frac{1}{2} [f(x) - f(x^*)]^2 \\
 &\text{sujeito a} && g(x) = 0 \\
 &&& \underline{\tilde{x}}_l \leq x_l \leq \overline{\tilde{x}}_l
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

em que x^* e $f(x^*)$ são, respectivamente, a solução ótima obtida na Fase I e o correspondente valor ótimo da função-objetivo. Os limites modificados $\underline{\tilde{x}}_l$ e $\overline{\tilde{x}}_l$ são explicitados pelo Algoritmo 4.3.

1. Se x_{li} é um controle e $x_{li}^* < x_{li}^0$, então faça:

$$\begin{aligned}\widetilde{x}_{li} &\leftarrow x_{li}^* + \delta \\ \widetilde{\overline{x}}_{li} &\leftarrow \overline{x}_{li}\end{aligned}$$

2. Senão, se x_{li} é um controle e $x_{li}^* \geq x_{li}^0$, então faça:

$$\begin{aligned}\widetilde{\overline{x}}_{li} &\leftarrow x_{li}^* - \delta \\ \widetilde{x}_{li} &\leftarrow x_{li}\end{aligned}$$

Algoritmo 4.3: Método de modificação de limites para aplicação no problema (4.45).

No Algoritmo 4.3, $\delta > 0$ é um parâmetro que insere uma pequena perturbação nos limites, x_{li}^* é o valor ótimo do controle x_{li} calculado na Fase I usando todas as ações de controle definidas no problema de FPO, e x_{li}^0 é o valor de referência do controle x_{li} , que é o ponto corrente de operação ou o valor obtido pelo fluxo de potência tradicional. O valor de referência x_{li}^0 pertence necessariamente ao intervalo original $[\underline{x}_{li}, \overline{x}_{li}]$, uma vez que ele corresponde ao valor de uma variável de controle do sistema.

Uma vez que é impossível satisfazer ambas as restrições $x_{li}^* < x_{li}^0$ e $x_{li}^* > x_{li}^0$, então, ou $\widetilde{x}_{li} > \underline{x}_{li}$ ou $\widetilde{\overline{x}}_{li} < \overline{x}_{li}$. Em outras palavras, um dos limites de cada controle é estreitado de forma que na solução do problema da Fase II, o valor de cada variável de controle deverá ser igual, ou muito próximo, a um dos limites modificados. Assim, a sensibilidade da função-objetivo em relação às alterações nos controles pode ser mensurada pelos novos multiplicadores de Lagrange. É esperado que as ações de controle mais efetivas sejam aquelas que apresentem os maiores multiplicadores de Lagrange.

Dessa forma, dado o número desejado de ações de controle e ordenando crescentemente os multiplicadores de Lagrange obtidos na Fase II, pode-se definir o conjunto efetivo de ações de controle. Como nem todos os controles são selecionados para o conjunto de controles efetivos, a magnitude de cada um dos controles efetivos deverá ser ajustada para compensar as ações de controle omitidas. Essa compensação motiva a criação da Fase III, a

qual resolve o terceiro problema de FPO, definido por:

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(x) + \frac{c}{2} \sum_{i \in O} \omega_i (x_{l_i} - x_{l_i}^0)^2 \\ \text{sujeito a} \quad & g(x) = 0 \\ & \underline{x}_l \leq x_l \leq \overline{x}_l \end{aligned} \tag{4.48}$$

em que O é o conjunto das ações de controle omitidas, c é um número grande que pondera a minimização dos termos de desvio quadrático em relação ao objetivo original, e ω_i é o peso que distingue a ação de controle x_{l_i} das demais.

Objetivando obter a mesma forma padrão e assim resolver os problemas (2.1), (4.45) e (4.48) com o mesmo algoritmo de otimização, as ações de controle omitidas não são explicitamente removidas no problema (4.48). Essas ações de controles são mantidas no conjunto de restrições de limites simples, sendo implicitamente removidas pelos termos de desvios quadráticos adicionados à função-objetivo. Além da conveniência de se resolver os problemas das três fases com o mesmo algoritmo, as modificações no problema (4.48) são justificadas por um motivo mais importante: não se pode garantir que o problema de *Supressão de Ajustes Ineficazes* é viável devido ao número de controles omitidos, uma vez que esse número é especificado pelo usuário. Portanto, se um ou mais controles omitidos devem ser ajustados de forma a tornar o problema (4.48) viável, tais controles serão automaticamente movimentados, não importando a magnitude do parâmetro ω_i . Ainda, note que os limites inferior e superior em (4.48) são os mesmos definidos no problema original (2.1).

Capítulo 5

Resultados Numéricos

NOS CAPÍTULOS ANTERIORES foi apresentado todo o embasamento teórico para o tratamento de alguns importantes requisitos para a aplicação do FPO em tempo real. Nesse capítulo são apresentados os resultados numéricos e testes computacionais realizados com as metodologias propostas no Capítulo 4. As formulações foram implementadas no problema de minimização das perdas. As metodologias foram testadas nos sistemas de 30, 57, 118 e 300 barras do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) e nos sistemas reais REAL-A e REAL-R.

Objetivando o completo entendimento de todos os passos envolvidos na solução de um problema de FPO, foi desenvolvido um programa computacional de FPO na linguagem MATLAB[®], no qual foram implementadas as metodologias propostas nessa Dissertação. Esse programa foi baseado em outros dois programas profissionais de FPO desenvolvidos no Laboratório Digital de Sistemas de Potência (LDSP) e no LOASP da UFPE. O Anexo B resume as principais derivadas de primeira e segunda ordem utilizadas. Todos os resultados foram gerados utilizando um computador com sistema operacional Linux, processador

Intel® Core™2 Duo P7370 e 3GB de memória RAM tipo DDR2 de 667 MHz.

5.1 Caso Base

Todos os testes e resultados numéricos foram obtidos considerando o problema de minimização das perdas como caso base. Os dados gerais sobre o tamanho dos sistemas utilizados nos testes, bem como a dimensão do problema de FPO padrão (2.1) para o objetivo de minimização das perdas podem ser visualizados na Tabela 5.1. O carregamento ativo e reativo total para cada um dos sistemas e as perdas ativas totais são apresentadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.1: Tamanho dos sistemas de potência e dimensão do problema padrão (2.1).

Sistema	$ \mathcal{N} $	$ \mathcal{G} $	$ \mathcal{C} $	$ \mathcal{T} $	n	m	p
IEEE 30	30	6	5	4	75	60	46
IEEE 57	57	7	5	17	143	114	87
IEEE 118	118	54	12	9	311	236	194
IEEE 300	300	69	23	35	727	600	428
REAL-A	47	1	13	12	120	94	74
REAL-R	42	1	11	5	101	84	60

Tabela 5.2: Carregamento e perdas ativas totais iniciais.

Sistema	Carga Ativa (MW)	Carga Reativa (MVar)	Perdas Ativas (MW)
IEEE 30	283,40	126,20	17,64
IEEE 57	1250,80	336,40	27,86
IEEE 118	3668,00	1438,00	132,86
IEEE 300	23247,00	7788,00	408,31
REAL-A	91,25	38,08	9,65
REAL-R	80,59	37,44	2,54

A Tabela 5.3 detalha o número de iterações realizadas até a convergência pelos métodos Primal-Dual (PD) e Primal-Dual Predictor-Corretor (PDPC), os valores mínimos de perdas ativas, a redução percentual das perdas ativas e uma estimativa do tempo de solução, para uma implementação do FPO realizada na linguagem MATLAB®, dos algoritmos PD e PDPC para cada um dos sistemas utilizados. Exceto quando explicitado o contrário, os resultados obtidos pelos métodos PD e PDPC utilizaram comprimentos de passo iguais.

Os parâmetros utilizados pelos métodos PD e PDPC são especificados na Tabela 5.4. Esses parâmetros são mantidos constantes ao longo do processo de convergência, com

Tabela 5.3: Número de iterações realizadas, perdas ativas mínimas e tempo de solução.

Sistema	k		Tempo (s)		Perdas Ativas (MW)	Redução (%)
	PD	PDPC	PD	PDPC		
IEEE 30	10	7	0,46	0,39	17,34	1,68
IEEE 57	11	7	0,83	0,60	24,34	12,62
IEEE 118	14	9	2,57	1,69	118,03	11,16
IEEE 300	16	13	11,26	9,30	378,02	7,42
REAL-A	13	8	0,72	0,53	9,33	3,36
REAL-R	10	7	0,53	0,44	2,52	0,75

exceção do parâmetro de barreira μ_k , o qual é decrescido até zero, a partir de μ_0 , pela expressão (3.13). Além disso, $k_{\text{máx}}$ é o número máximo de iterações permitido e $k_{\text{passo}}^{\text{máx}}$ é o número máximo permitido de comprimentos de passo consecutivos menores que ϵ_1 durante o processo de solução.

Tabela 5.4: Parâmetros utilizados pelos métodos PD e PDPC.

μ_0	σ	γ	τ	ϵ_1	ϵ_2	$k_{\text{máx}}$	$k_{\text{passo}}^{\text{máx}}$
0,01	0,20	0,99995	0,25	1×10^{-4}	1×10^{-6}	50	3

5.2 Cálculo de Soluções Discretas

Nessa seção são apresentados os resultados numéricos para as metodologias utilizadas para tratamento do requisito Cálculo de Soluções Discretas. Para esse requisito, foram desenvolvidas duas formulações: Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios e Funções de Complementaridade Não-Lineares.

As Tabelas A.1 e A.2, no Anexo A, definem os comprimentos de passo e o número de passos discretos utilizados para as variáveis compensação paralela em cada um dos sistemas do IEEE. Já para as variáveis tape de transformadores, foram definidos os limites mínimos iguais a 0,9091 por unidade e os limites máximos iguais a 1,1111 por unidade. Para os sistemas IEEE de 30 e 57 barras foi utilizado, em cada transformador com dispositivo LTC, comprimento de passo igual a 0,0126 por unidade, totalizando 16 passos discretos. Nos sistemas IEEE de 118 e 300 barras considerou-se o comprimento de passo igual a 0,0063 por unidade, totalizando 32 passos discretos.

5.2.1 Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios

Nessa seção são apresentados os resultados de discretização utilizando a metodologia Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios, a qual penaliza a função-objetivo com termos derivados de funções polinomiais. Essa metodologia consiste de duas fases e utiliza como ponto inicial da Fase II a solução proveniente do caso base. A idéia é impor restrições polinomiais de maneira suave, realizando a busca por mínimos locais de funções polinomiais do tipo ilustrado na Figura 4.2. Os resultados foram obtidos com polinômios $p(x_{di})$ de segunda ordem, o que é equivalente a um intervalo com dois valores discretos, um em cada extremo. Ainda, o ponto inicial utilizado para os controles discretos na Fase II é o valor ótimo encontrado no caso base para o problema de minimização das perdas, pertencendo ao intervalo representado pelo polinômio. Também foi utilizado o parâmetro $\omega_i = 1 \times 10^8$, para todo i , e definido $c = 1$.

O número de controles discretos ($|C| + |\mathcal{T}|$) é igual a 9, 22, 21, 58, 25 e 16 para os sistemas IEEE de 30, 57, 118 e 300 barras, REAL-A e REAL-R, nessa ordem. Os resumos dos resultados para a discretização apenas das variáveis tape, apenas das variáveis compensação paralela e de ambos os tipos de controles discretos podem ser visualizados nas Tabelas 5.5, 5.6 e 5.7, respectivamente, em que $f(x^*)$ é o valor ótimo das perdas ativas em MW. A discretização de todas variáveis relacionadas a controles discretos tem como finalidade obter de casos de simulação o que provavelmente ocorreria na operação real de um sistema, com todos os controles sendo manobrados em conjunto.

Tabela 5.5: Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.10), para discretização apenas das variáveis tape.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,34	10	6	0,37	0,28
IEEE 57	24,40	12	8	0,85	0,62
IEEE 118	118,10	15	9	2,65	1,66
IEEE 300	378,21	18	15	13,16	11,38
REAL-A	9,34	14	9	0,71	0,50
REAL-R	2,52	13	11	0,53	0,46

Os resultados indicam que a discretização das variáveis compensação paralela não resulta, como regra geral, em maior impacto no valor ótimo das perdas ativas em relação a discretização das variáveis tape. Por exemplo, os valores ótimos encontrados para a discretização das variáveis compensação foram menores que os valores ótimos para a discretização das variáveis tape nos sistemas IEEE de 57 e 118 barras. O impacto da

Tabela 5.6: Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.10), para discretização apenas das variáveis compensação paralela.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,34	13	10	0,45	0,37
IEEE 57	24,35	12	8	0,78	0,57
IEEE 118	118,04	15	9	2,67	1,67
IEEE 300	-	-	-	-	-
REAL-A	9,43	17	9	0,85	0,50
REAL-R	2,53	11	7	0,49	0,35

Tabela 5.7: Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.10), para discretização das variáveis tape e compensação paralela.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,34	12	6	0,44	0,28
IEEE 57	24,40	12	7	0,88	0,57
IEEE 118	118,10	15	10	2,76	1,88
IEEE 300	378,89	20	13	15,22	9,80
REAL-A	9,43	22	13	1,20	0,78
REAL-R	2,53	13	9	0,60	0,46

discretização de cada um dos tipos de variáveis muda de acordo com o sistema e depende da importância do controle discretizado para esse sistema, não sendo exclusivamente função da distância entre o valor inicial e o valor discreto mais próximo. Em todos os sistemas testados, observa-se que a discretização de todas as variáveis relacionadas a controles discretos gera impacto igual ou maior sobre o valor ótimo alcançado que a discretização de apenas um dos tipos de controle.

O algoritmo falhou para a discretização das variáveis compensação paralela para o sistema IEEE de 300 barras, apresentando comprimentos de passo menores que a tolerância ϵ por três iterações consecutivas. Contudo, os passos discretos impostos ao IEEE de 300 barras para as variáveis compensação paralela são de grande magnitude, sendo possivelmente a causa das dificuldades numéricas encontradas.

A título de demonstração do funcionamento da formulação, os resultados para os controles discretos ótimos para o sistema IEEE de 30 barras são apresentados nas Tabelas 5.8, 5.9 e 5.10. O resultado envolvendo todas as variáveis associadas a controles discretos é idêntico, em termos dos valores ótimos das variáveis, ao encontrado pela discretização in-

dividual de cada tipo de variável. Resultados semelhantes foram observados para os demais sistemas.

Tabela 5.8: Formulação (4.10), IEEE de 30 barras com discretização apenas das variáveis tape.

Ramo	Controle	x_{li}^0	$l_i = d_{i1}$	$u_i = d_{i2}$	x_{li}^*
11	Mag. Tape	0,9475	0,9470	0,9596	0,9470
12	Mag. Tape	1,0658	1,0606	1,0732	1,0606
15	Mag. Tape	1,0088	0,9975	1,0101	1,0101
36	Mag. Tape	1,0315	1,0227	1,0354	1,0353

Tabela 5.9: Formulação (4.10), IEEE de 30 barras com discretização apenas das variáveis compensação paralela.

Barra	Controle	x_{li}^0	$l_i = d_{i1}$	$u_i = d_{i2}$	x_{li}^*
10	Compensação	0,1908	0,1500	0,2000	0,2000
17	Compensação	0,0676	0,0500	0,1000	0,0500
18	Compensação	0,0466	0	0,0500	0,0500
23	Compensação	0,0476	0	0,0500	0,0500
27	Compensação	0,0518	0,0500	0,1000	0,0500

Tabela 5.10: Formulação (4.10), IEEE de 30 barras com discretização das variáveis tape e compensação paralela.

Barra ou Ramo	Controle	x_{li}^0	$l_i = d_{i1}$	$u_i = d_{i2}$	x_{li}^*
11	Mag. Tape	0,9475	0,9470	0,9596	0,9470
12	Mag. Tape	1,0658	1,0606	1,0732	1,0606
15	Mag. Tape	1,0088	0,9975	1,0101	1,0101
36	Mag. Tape	1,0315	1,0227	1,0354	1,0353
10	Compensação	0,1908	0,1500	0,2000	0,2000
17	Compensação	0,0676	0,0500	0,1000	0,0500
18	Compensação	0,0466	0	0,0500	0,0500
23	Compensação	0,0476	0	0,0500	0,0500
27	Compensação	0,0518	0,0500	0,1000	0,0500

As Figuras 5.1 e 5.2 exemplificam os polinômios $p(x_{di})$ e $P(x_{di}) = [p(x_{di})]^2$ para o intervalo utilizado pela variável tape do ramo 11 do sistema IEEE 30. Polinômios com características semelhantes são gerados para cada variável correspondente a um controle discreto.

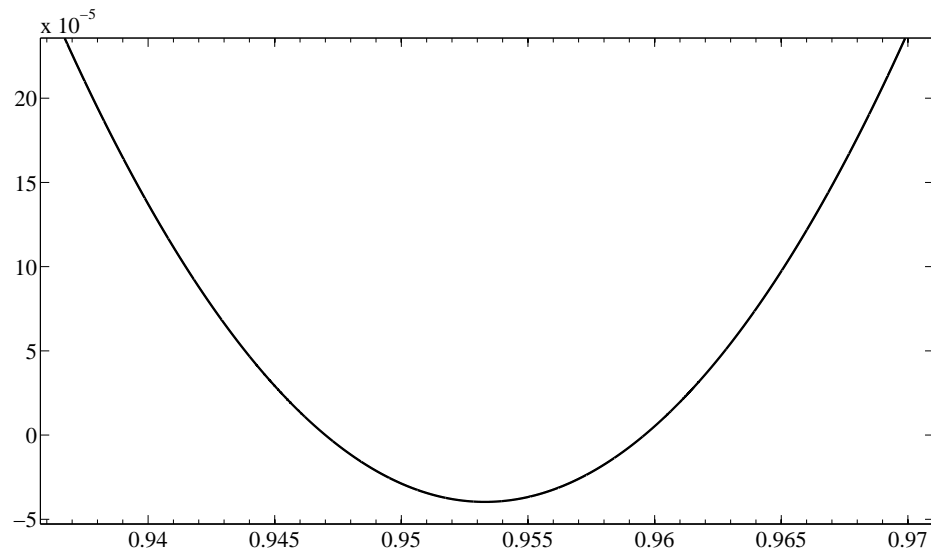


Figura 5.1: Polinômio $p(x_{d_i})$ em que $d_{i1} = 0,9470$ e $d_{i2} = 0,9596$, utilizado para discretização da variável tape do ramo 11 do sistema IEEE de 30 barras.

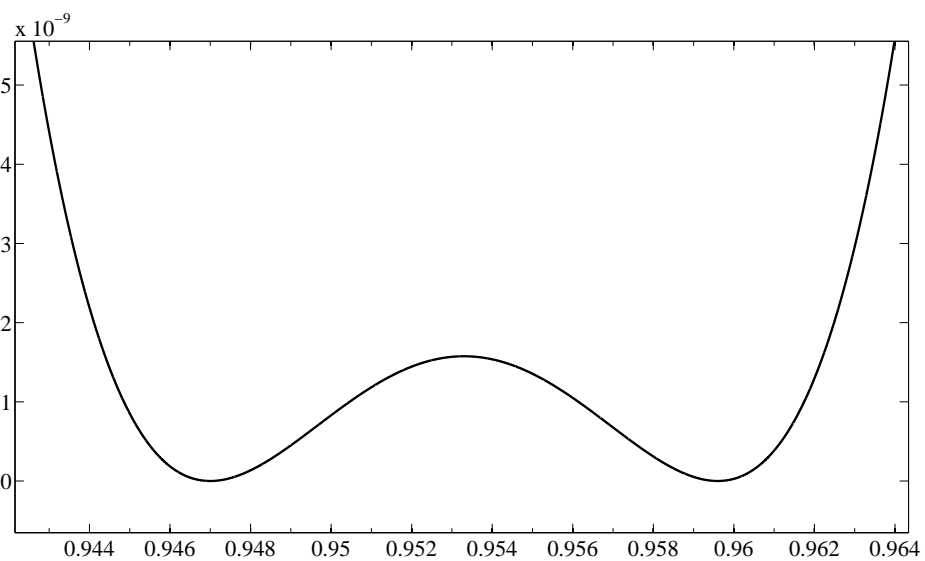


Figura 5.2: Polinômio $P(x_{d_i})$ em que $d_{i1} = 0,9470$ e $d_{i2} = 0,9596$, utilizado para discretização da variável tape do ramo 11 do sistema IEEE de 30 barras.

5.2.2 Funções de Complementaridade Não-Lineares

Nessa seção são apresentados os resultados de discretização utilizando a metodologia Funções de Complementaridade Não-Lineares, a qual utiliza a FCNL (4.19), proposta por

Fischer-Burmeister. Essa FCNL é reescrita em termos das variáveis de folga s_i e z_i , de acordo com a equação (4.26), e adicionada como restrição de igualdade conforme descrito no Capítulo 4. Essa metodologia consiste de duas fases e, de forma semelhante à metodologia apresentada anteriormente, utiliza como ponto inicial da Fase II a solução ótima obtida no caso base. Em todas as simulações, utilizou-se o parâmetro $\tau_{\text{FCNL}} = 1 \times 10^{-7}$.

O resumo dos resultados obtidos para a discretização das variáveis magnitude de tape, das variáveis compensação paralela e de ambos os tipos de controles discretos pode ser visualizado nas Tabelas 5.11, 5.12 e 5.13, respectivamente, em que $f(x^*)$ é o valor ótimo para as perdas ativas em MW. Em relação aos resultados obtidos por meio da metodologia Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios, apresentada na seção anterior, a metodologia Funções de Complementaridade Não-Lineares resultou em mais casos de falha do algoritmo de discretização. Foi observado um maior número de problemas numéricos associados à diminuição do comprimento do passo primal. Contudo, os casos de sucesso do algoritmo confirmam, com exceção do sistema IEEE de 300 barras, os valores ótimos encontrados pela metodologia da seção anterior.

Tabela 5.11: Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.19), para discretização apenas das variáveis tape.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,34	10	6	0,43	0,31
IEEE 57	24,40	11	7	0,80	0,58
IEEE 118	118,10	15	-	2,79	-
IEEE 300	379,61	19	11	14,89	8,90
REAL-A	9,34	14	-	0,77	-
REAL-R	-	-	-	-	-

Tabela 5.12: Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.19), para discretização apenas das variáveis compensação paralela.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,34	10	7	0,42	0,36
IEEE 57	24,35	12	8	0,84	0,63
IEEE 118	118,04	14	8	2,61	1,66
IEEE 300	-	-	-	-	-
REAL-A	-	-	-	-	-
REAL-R	2,53	13	-	0,57	-

Tabela 5.13: Resumo dos resultados obtidos utilizando a formulação (4.19), para discretização das variáveis *tape* e compensação paralela.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,34	9	6	0,40	0,33
IEEE 57	24,40	11	-	0,85	-
IEEE 118	118,10	15	9	2,80	1,87
IEEE 300	380,34	19	-	14,95	-
REAL-A	-	-	-	-	-
REAL-R	-	-	-	-	-

Para o sistema IEEE de 300 barras, os valores ótimos da variáveis magnitude de *tape* dos ramos 337 e 342, iguais a 1,0038 e 1,0606 por unidade, respectivamente, diferem dos resultados encontrados pela metodologia Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios, iguais a 1,0100 e 1,0669 por unidade, o que resulta em um valor de perdas ativas superior ao encontrado pelo método da seção anterior. Apesar do aumento nas perdas ativas, os pontos iniciais, iguais a 1,0069 e 1,0636 por unidade, são muito próximos dos pontos médios dos intervalos $[1,0038; 1,0101]$ e $[1,0606; 1,0669]$. Por isso, acredita-se que as diferentes soluções ótimas encontradas apenas refletem diferentes aproximações quando da expansão das funções dos problemas a partir da série de Taylor.

Como o método de PI utiliza direções de Newton para realizar a busca pelo ponto de mínimo, observou-se que os valores ótimos encontrados pelas metodologias de discretização são iguais, ou muito próximos, aos resultados encontrados pelo simples arredondamento dos valores ótimos contínuos encontrados no caso base para os valores discretos mais próximos. Contudo, com relação a metodologia Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios, ressalta-se que o principal ganho associado à utilização dessa metodologia é a não exigência da viabilidade dos valores discretos.

A prática comum de arredondar os valores contínuos encontrados em uma solução de FPO para os discretos mais próximos não garante a viabilidade desse novo ponto de operação. Dessa maneira, as metodologias Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios e Funções de Complementaridade Não-Lineares tem como objetivo encontrar uma solução discretizada com baixo custo computacional e com garantias sobre a viabilidade dos valores discretos. Na metodologia Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios, caso não seja possível encontrar uma solução em que todos os controles discretos estão ajustados em valores discretos, essa fornecerá uma solução contínua de menor desvio possível do valor discreto obtido por simples arredondamento, de forma a manter

a viabilidade da solução. A metodologia Funções de Complementaridade Não-Lineares é mais restritiva no sentido de que a solução discretizada deve atender as restrições (4.27) impostas ao problema de otimização.

5.3 Tratamento de Inviabilidades

Nessa seção são apresentados os resultados para a formulação (4.42). Em conformidade com o que já foi relatado ao longo da Dissertação, as situações em que existe interesse sobre o requisito de Tratamento de Inviabilidades no FPO em tempo real podem ser representadas por um aumento excessivo do carregamento do sistema elétrico. Assim, os resultados numéricos destacados nessa seção são oriundos de simulações nas quais o carregamento do sistema foi aumentado gradativamente, mantendo-se constante o fator de potência, até ser obtido um caso inviável. Ainda, foram utilizados os valores $\epsilon_{folga} = 1 \times 10^{-4}$, $\epsilon_{multi} = 2$ e $\epsilon_{passo} = 1 \times 10^{-4}$, para as tolerâncias das variáveis de folga, multiplicadores de Lagrange e comprimento de passo, respectivamente, e $c = 1$ e $\omega_i = 100$, para todo i . Foi considerado apenas o tratamento de violações em limites de módulo de tensão nas barras. A relaxação dos limites utilizada tem magnitude igual a 0,1 por unidade, tanto para o limite inferior quanto para o superior. Para os sistemas IEEE de 30, 57, 118 e 300 barras, REAL-A e REAL-R aumentou-se o carregamento em 1,30, 1,25, 1,225, 1,05, 1,02 e 1,02 por unidade, respectivamente, de forma a obter casos inviáveis de estudo.

O resumo dos resultados encontrados é apresentado na Tabela 5.14. Para o sistema IEEE de 57 barras, o método PDPC encontrou o valor ótimo 66,28 MW para as perdas ativas, que difere do encontrado pelo método PD, igual a 68,20 MW. A metodologia de MVLO não foi capaz de tratar a inviabilidade do sistema IEEE de 300 barras por ambos os algoritmos PD e PDPC, porém obteve sucesso no tratamento da inviabilidade dos sistemas IEEE de 30, 57 e 118 barras, REAL-A e REAL-R.

O método PDPC falhou na maioria dos casos testados, obtendo sucesso apenas para os sistemas IEEE de 30 e 57 barras. A Tabela 5.15 ilustra algumas iterações do processo que levou à falha do método PDPC para o sistema REAL-R. Nota-se que além dos comprimentos de passo primal e dual tenderem para zero, o resíduo de complementaridade tende para o infinito.

A fim de esclarecer os motivos que levaram à não-convergência do método PDPC utilizando passos iguais, foram realizados testes adicionais com os algoritmos PD e PDPC considerando-se comprimentos de passo distintos. De acordo com os resultados detalhados

Tabela 5.14: Resumo dos resultados obtidos pela metodologia de MVLO utilizando os algoritmos PD e PDPC com passos iguais.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	31,38	20	26	0,82	1,00
IEEE 57	68,20 (66,28)	27	35	1,76	2,26
IEEE 118	218,62	44	-	7,44	-
IEEE 300	-	-	-	-	-
REAL-A	9,79	25	-	1,29	-
REAL-R	2,62	18	-	0,88	-

Tabela 5.15: Algumas iterações do processo que levou à falha do método PDPC para o sistema REAL-R.

k	Viab. Primal	Viab. Dual	ρ_k	α_p^k	α_d^k
1	$5,6322 \times 10^{-3}$	$2,2124 \times 10^{-2}$	$2,4600 \times 10^{-1}$	0,8500	0,8500
2	$2,5370 \times 10^{-3}$	$1,0838 \times 10^{-2}$	$1,5880 \times 10^{-1}$	0,4655	0,4655
3	$1,0985 \times 10^{-3}$	$3,4554 \times 10^{-3}$	$6,3005 \times 10^{-2}$	0,5915	0,5915
4	$1,1592 \times 10^{-3}$	$4,6121 \times 10^{-4}$	$6,2464 \times 10^{-2}$	0,0364	0,0364
5	$1,1625 \times 10^{-3}$	$1,0783 \times 10^{-4}$	$7,4136 \times 10^{-2}$	0,0193	0,0193
6	$1,1573 \times 10^{-3}$	$5,8551 \times 10^{-5}$	$4,0573 \times 10^{-1}$	0,0045	0,0045
7	$1,1566 \times 10^{-3}$	$7,1558 \times 10^{-6}$	$7,3144 \times 10^{+1}$	0,0006	0,0006
8	$1,1556 \times 10^{-3}$	$1,4198 \times 10^{-4}$	$3,2915 \times 10^{+8}$	0,0008	0,0008

na Tabela 5.16, a utilização de comprimentos de passo distintos levou a valores de perdas ativas ótimas inferiores aos encontrados com comprimentos de passo iguais e resultou na convergência do método PDPC para os sistemas REAL-A e REAL-R. Ao contrário do que ocorreu com o algoritmo PD com passos iguais, a utilização de passos distintos levou à falha desse método para o sistema REAL-A.

Tabela 5.16: Resumo dos resultados obtidos pela metodologia de MVLO utilizando os algoritmos PD e PDPC com passos distintos.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	31,38 (31,51)	22	47	0,85	1,48
IEEE 57	67,70 (67,59)	33	19	2,15	1,34
IEEE 118	217,34	36	-	6,06	-
IEEE 300	-	-	-	-	-
REAL-A	9,78	-	16	-	0,96
REAL-R	2,62	16	18	0,80	0,88

Na Tabela 5.17, é ilustrado o processo de convergência do sistema REAL-R para o método PDPC com passos distintos. Nota-se que o passo primal decresce rapidamente nas primeiras iterações, enquanto o passo dual mantém-se relativamente elevado. O resíduo de complementaridade ρ_k tende para o infinito em virtude do crescimento dos multiplicadores de Lagrange. A rotina de mínima violação foi ativada na iteração 7 e, já na iteração 8, percebe-se o aumento do passo primal e restabelecimento do processo de convergência. A utilização de passos distintos tem por objetivo alcançar o máximo progresso possível nos espaços primal e dual. Porém, esse procedimento não apresentou melhoras significativas nos casos testados em relação às simulações com passos iguais.

Tabela 5.17: Iterações do método PDPC com comprimentos de passo distintos para o sistema REAL-R.

k	Viab. Primal	Viab. Dual	ρ_k	α_p^k	α_d^k
1	$5,6322 \times 10^{-3}$	$1,4137 \times 10^{-2}$	$1,8946 \times 10^{-1}$	0,8500	0,9054
2	$2,4123 \times 10^{-3}$	$2,3875 \times 10^{-3}$	$5,6817 \times 10^{-2}$	0,4967	1,0000
3	$1,1599 \times 10^{-3}$	$4,3809 \times 10^{-4}$	$6,9482 \times 10^{-3}$	0,5780	0,8986
4	$1,1871 \times 10^{-3}$	$1,2347 \times 10^{-5}$	$1,8409 \times 10^{-2}$	0,0080	0,0431
5	$1,1604 \times 10^{-3}$	$1,5979 \times 10^{-5}$	$3,1958 \times 10^{-1}$	0,0224	0,9577
6	$1,1601 \times 10^{-3}$	$9,9426 \times 10^{-8}$	$4,1520 \times 10^{+5}$	0,0003	1,0000
7	$1,3106 \times 10^{-3}$	$3,8955 \times 10^{-1}$	$8,3041 \times 10^{+4}$	0,0000	0,0000
8	$9,0538 \times 10^{-4}$	$3,7739 \times 10^{-1}$	$5,3351 \times 10^{+3}$	0,9629	0,9872
9	$4,0869 \times 10^{-5}$	$3,6534 \times 10^{-1}$	$1,3024 \times 10^{+3}$	0,9865	0,7618
10	$6,7269 \times 10^{-7}$	$3,5957 \times 10^{-1}$	$6,9316 \times 10^{+2}$	1,0000	0,4847
11	$1,1426 \times 10^{-8}$	$3,4654 \times 10^{-1}$	$2,0893 \times 10^0$	1,0000	0,9971
12	$3,1054 \times 10^{-5}$	$2,8885 \times 10^{-1}$	$1,4573 \times 10^{-1}$	1,0000	0,9394
13	$2,4348 \times 10^{-5}$	$1,3057 \times 10^{-1}$	$9,8341 \times 10^{-3}$	0,2222	0,9366
14	$4,0714 \times 10^{-4}$	$5,8499 \times 10^{-2}$	$5,0900 \times 10^{-3}$	1,0000	0,6333
15	$1,9260 \times 10^{-6}$	$3,3057 \times 10^{-2}$	$3,1545 \times 10^{-3}$	1,0000	0,4827
16	$2,1028 \times 10^{-6}$	$2,0149 \times 10^{-5}$	$4,3573 \times 10^{-4}$	0,9899	1,0000
17	$1,0284 \times 10^{-5}$	$9,1357 \times 10^{-6}$	$3,1960 \times 10^{-5}$	1,0000	0,9266
18	$1,7754 \times 10^{-5}$	$5,9826 \times 10^{-6}$	$1,4923 \times 10^{-6}$	1,0000	0,9667

A título de exemplo, as indicações de violações inferiores e superiores para o IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD com passos iguais, podem ser visualizadas nas Tabelas 5.18 e 5.19. Os valores em negrito destacam as indicações de violações de limites que não se concretizaram na solução. Apesar de atenderem às tolerâncias que indicam a inviabilidade de um limite e determinam sua relaxação, as tensões nas barras 77 e 113 permaneceram dentro dos limites pré-estabelecidos na solução ótima encontrada.

As indicações de violações inferiores e superiores para o IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD com passos distintos, podem ser visualizadas nas Tabelas 5.20 e 5.21.

Tabela 5.18: Indicações de violações inferiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos iguais.

Barra	Tipo de Violação	l_i^0	u_i^0	l_i	x_{li}	u_i
42	Mag. Tensão	0,9840	1,0404	0,8840	0,9839	1,0404
77	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,8996	1,0066	1,0404
113	Mag. Tensão	0,9920	1,0404	0,8920	0,9984	1,0404

Tabela 5.19: Indicações de violações superiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos iguais.

Barra	Tipo de Violação	l_i^0	u_i^0	l_i	x_{li}	u_i
4	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0419	1,1404
10	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0424	1,1404
24	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0431	1,1404
25	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0422	1,1404
26	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0422	1,1404
34	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0413	1,1404
59	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0411	1,1404
65	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0428	1,1404
66	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0439	1,1404
69	Mag. Tensão	0,9894	1,0506	0,9894	1,0547	1,1506
72	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0422	1,1404
81	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0418	1,1404
89	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0453	1,1404
116	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0414	1,1404

Ao contrário do caso apresentado na Tabela 5.18, apenas duas violações inferiores foram indicadas, porém, os valores das variáveis estão dentro dos limites originais do problema na solução ótima encontrada. Algo semelhante ocorre com as tensões das barras 72 e 81, com respeito às indicações de violações superiores. Além disso, não houve indicação da violação do limite superior tensão na barra 89.

Os diferentes valores ótimos encontrados pelos algoritmos PD e PDPC com passos iguais e distintos são, portanto, resultados de diferentes indicações de violações de limites, uma vez que os termos de mínima violação influenciam o valor ótimo alcançado. Dessa forma, uma limitação da metodologia de MVLO é a indicação imprecisa do conjunto de limites inferiores e superiores causadores da inviabilidade do problema. A variação das indicações de violações de limites em função do tipo regra de passo e algoritmo utilizado é resultado das diferentes informações de sensibilidade associadas às variáveis de folga e aos multiplicadores de Lagrange.

Tabela 5.20: Indicações de violações inferiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos distintos.

Barra	Tipo de Violação	l_i^0	u_i^0	l_i	x_{l_i}	u_i
42	Mag. Tensão	0,9840	1,0404	0,8840	0,9843	1,0404
77	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,8996	1,0064	1,0404

Tabela 5.21: Indicações de violações superiores para formulação (4.42), IEEE 118 barras com aumento de 1,225 por unidade no carregamento e algoritmo PD com passos distintos.

Barra	Tipo de Violação	l_i^0	u_i^0	l_i	x_{l_i}	u_i
4	Mag. Tensão	0,9970	1,0404	0,9970	1,0427	1,1404
10	Mag. Tensão	0,9996	1,0510	0,9996	1,0513	1,1510
24	Mag. Tensão	0,9910	1,0404	0,9910	1,0418	1,1404
25	Mag. Tensão	0,9996	1,0510	0,9996	1,0531	1,1510
26	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0423	1,1404
34	Mag. Tensão	0,9830	1,0404	0,9830	1,0408	1,1404
59	Mag. Tensão	0,9840	1,0404	0,9840	1,0415	1,1404
65	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0467	1,1404
66	Mag. Tensão	0,9996	1,0510	0,9996	1,0561	1,1510
69	Mag. Tensão	0,9894	1,0506	0,9894	1,0627	1,1506
72	Mag. Tensão	0,9790	1,0404	0,9790	1,0396	1,1404
81	Mag. Tensão	0,9500	1,0500	0,9500	1,0494	1,1500
116	Mag. Tensão	0,9996	1,0404	0,9996	1,0427	1,1404

Na Figura 5.3, é ilustrado o comportamento do comprimento do passo primal em função do número de iterações realizadas, para o sistema IEEE de 118 barras e algoritmo PD com passos iguais. Nota-se a tendência a zero do passo primal a partir da iteração 12 e a atuação da metodologia de MVLO a partir da iteração 26. Antes de convergir, há uma oscilação e redução do comprimento do passo primal na iteração 36, indicando possíveis dificuldades de convergência para uma condição de carregamento superior a 1,225 por unidade, mesmo com a utilização da metodologia de MVLO. De fato, esse sistema é viável para um carregamento de 1,22 por unidade e inviável, e sem sucesso de tratamento pela metodologia de MVLO, para uma condição de carregamento de 1,23 por unidade.

Para os sistemas elétricos testados, os algoritmos PD com passos iguais e PDPC com passos distintos obtiveram melhor desempenho. Em todos esses sistemas, o aumento no carregamento resultou em múltiplas violações de limites inferiores e superiores, indicando as condições severas a que eles foram submetidos. Os resultados foram satisfatórios, porém a eficácia da metodologia de MVLO no tratamento da inviabilidade de sistemas de grande porte como o IEEE de 300 barras não foi constatada.

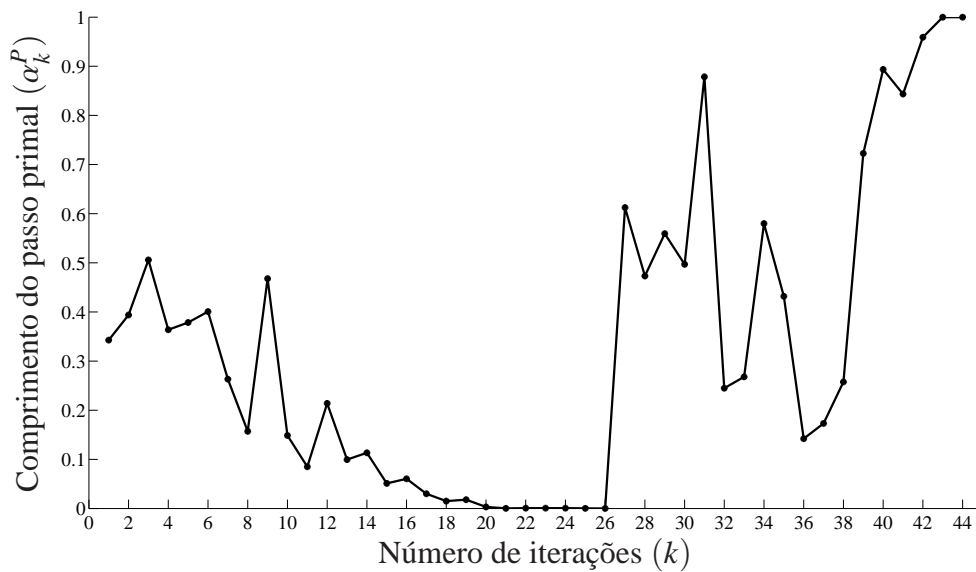


Figura 5.3: Comportamento típico do passo primal no algoritmo PD para uma condição inviável de carregamento do sistema IEEE 118 barras.

5.4 Supressão de Ajustes Ineficazes

Nessa seção, são apresentados os resultados para as formulações (4.45) e (4.48), para tratamento do requisito de Supressão de Ajustes Ineficazes. A solução desses dois problemas é denominada de Fase II e Fase III da metodologia, respectivamente. A Fase II tem como objetivo identificar quais são os controles mais efetivos na obtenção da solução ótima e suprimir aqueles com menor importância relativa. A Fase III tem como objetivo reajustar os valores dos controles efetivos provenientes da Fase II, compensando os controles que foram omitidos. Em todas as simulações foram utilizados os parâmetros $c = 1$, $\omega_i = 10000$, para todo i , e a inicialização do valor de referência x_{li}^0 por meio do fluxo de potência tradicional. Com base na experiência sobre a margem de carregamento dos sistemas testados, utilizou-se o parâmetro $\delta = 0,02$ para os sistemas IEEE de 30, 57 e 118 barras e o parâmetro $\delta = 0,002$ para os sistemas IEEE de 300 barras, REAL-A e REAL-R. O valor do parâmetro δ deve ser grande o suficiente para provocar o efeito de sensibilidade desejado e, ao mesmo tempo, pequeno o suficiente para não causar a inviabilidade do problema resolvido na Fase II.

O número total de controles ($|\mathcal{G}|+|C|+|\mathcal{T}| - 1$) é igual 14, 28, 74, 126, 25 e 16 para os sistemas IEEE de 30, 57, 118 e 300 barras, REAL-A e REAL-R, nessa ordem. Deseja-se selecionar, por exemplo, no máximo 10, 20, 52, 88, 18 e 11 controles efetivos, o que corresponde aproximadamente a 70% do total de controles de cada sistema. As Tabelas

5.22 e 5.23 resumem os resultados para as Fase II e III da metodologia para Supressão de Ajustes Ineficazes. Os resultados destacados entre parênteses foram obtidos por meio do método PDPC.

Tabela 5.22: Resumo dos resultados obtidos para a Fase II.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,71 (17,74)	13	5	0,41	0,22
IEEE 57	25,33 (25,30)	11	8	0,71	0,55
IEEE 118	123,87	15	10	2,72	1,81
IEEE 300	384,53	22	-	16,03	-
REAL-A	9,43	10	5	0,49	0,30
REAL-R	2,54	9	4	0,38	0,22

Tabela 5.23: Resumo dos resultados obtidos para a Fase III.

Sistema	$f(x^*)$	k		Tempo (s)	
		PD	PDPC	PD	PDPC
IEEE 30	17,44 (17,40)	9	6	0,29	0,19
IEEE 57	26,63 (26,61)	12	8	0,73	0,46
IEEE 118	127,45 (130,02)	16	18	2,74	3,12
IEEE 300	388,11	17	-	12,43	-
REAL-A	9,46 (9,42)	17	14	0,67	0,59
REAL-R	2,52	19	10	0,62	0,34

Com o intuito de investigar os motivos que levaram aos diferentes valores ótimos encontrados por meio dos métodos PD e PDPC, foram analisados os resultados para os controles efetivos e omitidos para o sistema IEEE de 118 barras, destacados nas Tabelas 5.24, 5.25, 5.26, 5.27, 5.28 e 5.29. O IEEE de 118 barras foi escolhido para detalhamento e discussão dos resultados em virtude da diferença de aproximadamente 2,5 MW no valor das perdas ativas ótimas da Fase III entre os algoritmos PD e PDPC.

A partir dos resultados, nota-se que além dos 52 controles efetivos, existem 9 controles classificados como omitidos que precisam ser reajustados. Esses controles estão destacados em negrito nas Tabelas 5.26 e 5.29. Ou seja, não foi possível obter uma solução com apenas 52 controles efetivos, sendo 61 (52 + 9) o menor número possível de controles reajustados para o sistema IEEE de 118 barras. Os resultados dos algoritmos testados são coerentes em relação à ordenação dos primeiros 18 controles efetivos, da tensão na barra 89 até a tensão na barra 59. Os próximos 17 controles efetivos, destacados nas Tabelas 5.24 e 5.27 por linhas intermediárias, também apresentam coerência quanto à seleção do conjunto, porém

a ordenação obtida pelos dois algoritmos não é a mesma em função dos reduzidos valores dos multiplicadores de Lagrange. Nos últimos 17 controles, o algoritmo PD classificou os controles magnitude de tensão nas barras 92 e 76 como efetivos, enquanto que o algoritmo PDPC selecionou os controles magnitude de tensão na barra 113 e compensação paralela na barra 48.

Analisando os valores ótimos dos controles omitidos dos demais sistemas, verificou-se que apenas para o sistema IEEE de 30 barras o número de controles efetivos foi igual ao número máximo desejado (10). Os números de controles efetivos constatados para os sistemas IEEE de 57 e 300 barras, REAL-A e REAL-R são iguais a 21 ($20 + 1$), 90 ($88 + 2$), 24 ($18 + 6$) e 13 ($11 + 2$), nessa ordem, o que representa cerca de 75%, 71%, 96% e 81% do número total de controles. O sistema REAL-A foi o que apresentou menor redução do número de controles reajustados, indicando que o sistema trabalha próximo dos seus limites operacionais.

Com o intuito de testar se a ordenação de controles por meio dos multiplicadores de Lagrange é realmente eficaz, os controles omitidos foram selecionados de forma aleatória e permutados sucessivamente com os controles efetivos fornecidos por essa metodologia de ordenação. Utilizando como exemplo as Tabelas 5.24 e 5.26, troca-se o controle efetivo magnitude de tensão na barra 89 com o controle omitido magnitude de tensão na barra 1. Em seguida, sem desfazer a troca anterior, permuta-se o controle efetivo magnitude de tensão na barra 66 com o controle omitido magnitude de tensão na barra 4, e assim por diante. Os resultados para os sistemas IEEE de 57 e 300 barras são apresentados nas Tabelas 5.30 e 5.31, em que n_c^{omi} representa o número de controles classificados como omitidos que precisam ser reajustados na Fase III em cada uma das soluções. Para o sistema IEEE de 57 barras foram observadas três combinações que resultaram em valores de perdas ativas inferiores, nas quais em duas não houve reajustes de controles omitidos. Nos testes realizados com o sistema IEEE de 300 barras, as combinações resultaram em valores de perdas ativas superiores ao valor encontrado a partir da ordenação pelos multiplicadores de Lagrange. Os resultados dos demais sistemas foram semelhantes, resultando em valores de perdas ativas inferiores e superiores para as combinações testadas.

Os valores dos multiplicadores de Lagrange são não nulos quando os limites são ativos na solução ótima. Uma das dificuldades encontradas é que, como nem todos os limites tornam-se ativos ao mesmo tempo durante o decorrer do processo iterativo, o valor do estreitamento δ deve ser tal que o limite mais restritivo não comprometa a viabilidade do problema resolvido na Fase II. Com isso, alguns outros limites tornam-se fracamente ativos, dificultando o ordenamento dos multiplicadores de Lagrange correspondentes.

Tabela 5.24: Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD, para controles efetivos nas fases I, II e III (Parte I).

Barra	Controle	x_{li}^0	x_{li}^{FI}	x_{li}^{FII}	x_{li}^{FIII}	π_i ou v_i
89	Mag. Tensão	1,0050	1,0404	1,0204	1,0218	0,0304
66	Mag. Tensão	1,0500	1,0510	1,0310	1,0510	0,0297
8	Mag. Tensão	1,0150	1,0268	1,0068	0,9996	0,0240
25	Mag. Tensão	1,0500	1,0510	1,0310	1,0102	0,0191
8	Mag. Tape	1,0152	1,0329	1,0129	1,0490	0,0108
77	Mag. Tensão	1,0060	1,0276	1,0076	1,0115	0,0104
102	Mag. Tape	1,0695	1,0272	1,0472	1,0670	0,0104
32	Mag. Tape	1,0417	1,0116	1,0316	0,9874	0,0067
100	Mag. Tensão	1,0170	1,0404	1,0204	1,0239	0,0054
49	Mag. Tensão	1,0250	1,0404	1,0204	1,0404	0,0053
34	Mag. Tensão	0,9840	1,0404	1,0204	0,9895	0,0043
80	Mag. Tensão	1,0400	1,0404	1,0204	1,0264	0,0043
61	Mag. Tensão	0,9950	1,0404	1,0204	0,9977	0,0038
70	Mag. Tensão	0,9840	1,0243	1,0043	1,0155	0,0030
90	Mag. Tensão	0,9850	1,0194	0,9994	1,0052	0,0021
74	Mag. Tensão	0,9580	1,0138	0,9937	1,0053	0,0014
36	Mag. Tape	1,0417	1,0349	1,0549	1,0811	0,0012
59	Mag. Tensão	0,9850	1,0404	1,0204	1,0227	0,0011
95	Mag. Tape	1,0152	1,0000	1,0200	0,9795	0,0010
27	Mag. Tensão	0,9680	1,0252	1,0052	0,9695	0,0010
24	Mag. Tensão	0,9920	1,0322	1,0122	0,9910	0,0010
51	Mag. Tape	1,0695	1,0311	1,0511	1,0074	0,0007
91	Mag. Tensão	0,9800	1,0251	1,0051	1,0102	0,0006
127	Mag. Tape	1,0695	1,0144	1,0344	1,0320	0,0006
10	Mag. Tensão	1,0500	1,0510	1,0309	1,0510	0,0005
87	Mag. Tensão	1,0150	1,0404	1,0204	0,9996	0,0005
46	Mag. Tensão	1,0050	1,0278	1,0077	1,0404	0,0004
36	Mag. Tensão	0,9800	1,0388	1,0186	0,9879	0,0003
32	Mag. Tensão	0,9630	1,0246	1,0044	0,9629	0,0003
56	Mag. Tensão	0,9540	1,0186	0,9983	1,0160	0,0002
55	Mag. Tensão	0,9520	1,0183	0,9981	1,0158	0,0002
118	Compensação	0	0,2000	0,1799	0,2000	0,0002
21	Compensação	0	0,1112	0,0911	0,0000	0,0001
103	Mag. Tensão	1,0100	1,0324	1,0121	1,0152	0,0001
83	Compensação	0,1000	0,1408	0,1206	0,0000	0,0001
54	Mag. Tensão	0,9550	1,0192	0,9989	1,0167	0,0001
99	Mag. Tensão	1,0100	1,0355	1,0151	1,0206	0,0001
73	Mag. Tensão	0,9910	1,0233	1,0029	1,0117	0,0001
72	Mag. Tensão	0,9800	1,0252	1,0047	0,9993	0,0001
82	Compensação	0,2000	0,3679	0,3476	0,0798	0,0001

Tabela 5.25: Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD, para controles efetivos nas fases I, II e III (Parte II).

Barra	Controle	x_{li}^0	x_{li}^{FI}	x_{li}^{FII}	x_{li}^{FIII}	π_i ou v_i
53	Compensação	0	0,1189	0,0985	0,1640	0,0001
105	Mag. Tensão	0,9650	1,0200	0,9994	1,0015	0,0001
104	Mag. Tensão	0,9710	1,0239	1,0032	1,0059	0,0001
31	Mag. Tensão	0,9670	1,0228	1,0022	0,9722	0,0001
45	Compensação	0,1000	0,1999	0,1796	0,2000	0,0001
111	Mag. Tensão	0,9800	1,0246	1,0040	1,0020	0,0001
92	Mag. Tensão	0,9900	1,0350	1,0145	1,0161	0,0001
76	Mag. Tensão	0,9430	1,0031	0,9824	0,9909	0,0001
107	Mag. Tensão	0,9520	1,0067	0,9858	0,9883	0,0001
110	Mag. Tensão	0,9730	1,0165	0,9957	0,9937	0,0000
79	Compensação	0,2000	0,4000	0,3794	0,4000	0,0000
28	Compensação	0	0,0642	0,0435	0,2000	0,0000

Tabela 5.26: Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PD, para controles omitidos para as fases I, II e III.

Barra	Controle	x_{li}^0	x_{li}^{FI}	x_{li}^{FII}	x_{li}^{FIII}
1	Mag. Tensão	0,9550	1,0196	0,9891	0,9602
4	Mag. Tensão	0,9980	1,0404	1,0119	1,0078
6	Mag. Tensão	0,9900	1,0349	1,0051	0,9988
12	Mag. Tensão	0,9900	1,0308	1,0019	0,9890
15	Mag. Tensão	0,9700	1,0313	1,0092	0,9728
18	Mag. Tensão	0,9730	1,0332	1,0121	0,9729
19	Mag. Tensão	0,9620	1,0303	1,0088	0,9631
26	Mag. Tensão	1,0150	1,0404	1,0016	1,0152
40	Mag. Tensão	0,9700	1,0134	0,9916	0,9702
42	Mag. Tensão	0,9850	1,0131	0,9909	0,9844
62	Mag. Tensão	0,9980	1,0382	1,0157	0,9980
65	Mag. Tensão	1,0050	1,0404	1,0026	1,0051
85	Mag. Tensão	0,9850	1,0371	1,0153	0,9851
112	Mag. Tensão	0,9750	1,0007	0,9796	0,9750
113	Mag. Tensão	0,9930	1,0404	1,0200	0,9943
116	Mag. Tensão	1,0050	1,0394	1,0038	1,0050
93	Mag. Tape	1,0417	1,0238	1,0465	1,0417
107	Mag. Tape	1,0695	1,0340	1,0769	1,0695
5	Compensação	-0,4000	-0,2672	-0,2890	-0,4000
37	Compensação	-0,2500	0,0775	0,0561	-0,2000
44	Compensação	0,1000	0,0491	0,0742	0,1000
48	Compensação	0,1500	0,0810	0,1020	0,1500

Tabela 5.27: Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PDPC, para controles efetivos para as fases I, II e III (Parte I).

Barra	Controle	x_{li}^0	x_{li}^{FI}	x_{li}^{FII}	x_{li}^{FIII}	π_i ou v_i
89	Mag. Tensão	1,0050	1,0404	1,0204	1,0116	0,0304
66	Mag. Tensão	1,0500	1,0510	1,0310	1,0510	0,0297
8	Mag. Tensão	1,0150	1,0268	1,0068	0,9996	0,0239
25	Mag. Tensão	1,0500	1,0510	1,0310	0,9996	0,0191
8	Mag. Tape	1,0152	1,0329	1,0129	1,0463	0,0108
77	Mag. Tensão	1,0060	1,0276	1,0076	0,9996	0,0105
102	Mag. Tape	1,0695	1,0272	1,0472	1,0637	0,0104
32	Mag. Tape	1,0417	1,0116	1,0316	0,9716	0,0067
100	Mag. Tensão	1,0170	1,0404	1,0204	1,0078	0,0056
49	Mag. Tensão	1,0250	1,0404	1,0204	1,0404	0,0054
34	Mag. Tensão	0,9840	1,0404	1,0204	0,9877	0,0045
80	Mag. Tensão	1,0400	1,0404	1,0204	1,0168	0,0043
61	Mag. Tensão	0,9950	1,0404	1,0204	0,9977	0,0038
70	Mag. Tensão	0,9840	1,0243	1,0043	0,9984	0,0031
90	Mag. Tensão	0,9850	1,0194	0,9994	0,9869	0,0021
74	Mag. Tensão	0,9580	1,0138	0,9938	0,9828	0,0014
36	Mag. Tape	1,0417	1,0348	1,0549	1,0935	0,0012
59	Mag. Tensão	0,9850	1,0404	1,0204	1,0231	0,0012
27	Mag. Tensão	0,9680	1,0252	1,0052	0,9920	0,0011
24	Mag. Tensão	0,9920	1,0322	1,0122	0,9910	0,0010
95	Mag. Tape	1,0152	1,0000	1,0200	0,9787	0,0010
51	Mag. Tape	1,0695	1,0311	1,0511	1,0218	0,0008
91	Mag. Tensão	0,9800	1,0251	1,0051	0,9836	0,0006
10	Mag. Tensão	1,0500	1,0510	1,0310	1,0510	0,0006
127	Mag. Tape	1,0695	1,0144	1,0344	1,0220	0,0006
87	Mag. Tensão	1,0150	1,0404	1,0204	0,9996	0,0005
46	Mag. Tensão	1,0050	1,0278	1,0077	1,0389	0,0004
32	Mag. Tensão	0,9630	1,0246	1,0045	0,9902	0,0002
118	Compensação	0	0,2000	0,1799	0,2000	0,0002
36	Mag. Tensão	0,9800	1,0388	1,0187	0,9865	0,0002
56	Mag. Tensão	0,9540	1,0186	0,9985	1,0169	0,0002
55	Mag. Tensão	0,9520	1,0183	0,9982	1,0167	0,0001
21	Compensação	0	0,1112	0,0912	0,0000	0,0001
83	Compensação	0,1000	0,1408	0,1207	0,1061	0,0001
103	Mag. Tensão	1,0100	1,0324	1,0123	1,0015	0,0001
82	Compensação	0,2000	0,3679	0,3478	0,4000	0,0001
53	Compensação	0	0,1188	0,0987	0,1823	0,0001
45	Compensação	0,1000	0,2000	0,1798	0,2000	0,0001
54	Mag. Tensão	0,9550	1,0192	0,9991	1,0176	0,0001
73	Mag. Tensão	0,9910	1,0233	1,0031	0,9961	0,0001

Tabela 5.28: Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PDPC, para controles efetivos para as fases I, II e III (Parte II).

Barra	Controle	x_{li}^0	x_{li}^{FI}	x_{li}^{FII}	x_{li}^{FIII}	π_i ou v_i
99	Mag. Tensão	1,0100	1,0355	1,0153	1,0053	0,0001
72	Mag. Tensão	0,9800	1,0252	1,0049	0,9912	0,0000
111	Mag. Tensão	0,9800	1,0246	1,0043	0,9980	0,0000
79	Compensação	0,2000	0,4000	0,3798	0,4000	0,0000
105	Mag. Tensão	0,9650	1,0200	0,9997	0,9898	0,0000
104	Mag. Tensão	0,9710	1,0239	1,0036	0,9932	0,0000
28	Compensação	0	0,0642	0,0440	0,1998	0,0000
113	Mag. Tensão	0,9930	1,0404	1,0201	1,0191	0,0000
110	Mag. Tensão	0,9730	1,0165	0,9961	0,9891	0,0000
48	Compensação	0,1500	0,0810	0,1013	0,2000	0,0000
31	Mag. Tensão	0,9670	1,0228	1,0023	0,9939	0,0000
107	Mag. Tensão	0,9520	1,0067	0,9861	0,9760	0,0000

Tabela 5.29: Resultados do sistema IEEE de 118 barras, utilizando o algoritmo PDPC, para controles omitidos para as fases I, II e III.

Barra	Controle	x_{li}^0	x_{li}^{FI}	x_{li}^{FII}	x_{li}^{FIII}
1	Mag. Tensão	0,9550	1,0196	0,9891	0,9593
4	Mag. Tensão	0,9980	1,0404	1,0118	1,0065
6	Mag. Tensão	0,9900	1,0349	1,0051	0,9980
12	Mag. Tensão	0,9900	1,0308	1,0019	0,9890
15	Mag. Tensão	0,9700	1,0313	1,0094	0,9743
18	Mag. Tensão	0,9730	1,0332	1,0123	0,9721
19	Mag. Tensão	0,9620	1,0303	1,0089	0,9635
26	Mag. Tensão	1,0150	1,0404	1,0016	1,0150
40	Mag. Tensão	0,9700	1,0134	0,9917	0,9699
42	Mag. Tensão	0,9850	1,0131	0,9909	0,9843
62	Mag. Tensão	0,9980	1,0382	1,0157	0,9980
65	Mag. Tensão	1,0050	1,0404	1,0026	1,0050
76	Mag. Tensão	0,9430	1,0031	0,9824	0,9430
85	Mag. Tensão	0,9850	1,0371	1,0153	0,9850
92	Mag. Tensão	0,9900	1,0350	1,0145	0,9901
112	Mag. Tensão	0,9750	1,0007	0,9800	0,9750
116	Mag. Tensão	1,0050	1,0394	1,0038	1,0050
93	Mag. Tape	1,0417	1,0238	1,0463	1,0417
107	Mag. Tape	1,0695	1,0340	1,0770	1,0695
5	Compensação	-0,4000	-0,2671	-0,2872	-0,4000
37	Compensação	-0,2500	0,0775	0,0571	-0,2000
44	Compensação	0,1000	0,0490	0,0731	0,1000

Tabela 5.30: Testes do sistema IEEE de 57 barras com diferentes combinações de controles efetivos.

$f(x^*)$	n_c^{omi}	$f(x^*)$	n_c^{omi}	$f(x^*)$	n_c^{omi}	$f(x^*)$	n_c^{omi}
26,63	1	26,89	1	25,88	1	26,27	0
26,83	1	26,86	1	25,95	0	28,14	4

Tabela 5.31: Testes do sistema IEEE de 300 barras com diferentes combinações de controles efetivos.

$f(x^*)$	n_c^{omi}	$f(x^*)$	n_c^{omi}	$f(x^*)$	n_c^{omi}	$f(x^*)$	n_c^{omi}
388,12	2	392,86	15	403,63	20	406,51	17
388,04	3	389,65	15	403,71	19	406,47	17
394,00	5	389,53	15	404,01	19	407,64	17
394,34	8	401,10	18	401,49	16	407,74	17
394,11	9	402,74	18	404,51	16	408,04	17
394,27	10	403,14	17	403,14	15	408,18	17
392,48	10	403,14	18	404,09	16	408,10	17
391,31	11	402,73	19	403,98	16	408,06	17
393,55	14	402,10	19	405,59	16	407,49	17

Contudo, mesmo para sistemas de grande porte como os do IEEE de 118 e 300 barras, a metodologia para Supressão de Ajustes Ineficazes prospota resultou na redução de cerca de 20% do número total de controles reajustados. Além disso, foram obtidas reduções de aproximadamente 1,11%, 4,40%, 4,07%, 4,94%, 1,98% e 0,55% nas perdas ativas em relação aos valores não otimizados dos sistemas IEEE de 30, 57, 118 e 300 barras, REAL-A e REAL-R, nessa ordem.

Capítulo 6

Conclusões

NESSE TRABALHO DE DISSERTAÇÃO, foram propostas metodologias para tratamento de alguns requisitos do FPO em tempo real: Cálculo de Soluções de Discretas, Tratamento de Inviabilidades e Supressão de Ajustes Ineficazes. Foi realizada uma revisão na literatura sobre as dificuldades e os métodos de solução usualmente empregados para o tratamento desses requisitos. Ainda, foi desenvolvido um programa de FPO com o objetivo de subsidiar os testes computacionais necessários ao desenvolvimento das metodologias.

A aplicação do FPO em tempo real exige que a solução seja altamente confiável, sendo passível de implementação imediata por um sistema de controle automatizado ou, de forma manual, pelo operador do sistema elétrico. Essa solução deve ser obtida de maneira rápida, com baixo tempo de processamento. Para atender a esse último requerimento, justifica-se a utilização dos métodos de PI, os quais têm demonstrado ser bastante eficientes e precisos quando aplicados a problemas de grande escala, como os de FPO.

A formulação Funções de Complementaridade Não-Linear apresentou mais casos de

falha do que a formulação Termos de Desvios Quadráticos Baseados em Polinômios. Para os casos em que ambas obtiveram sucesso, com exceção do sistema IEEE de 300 barras, foram verificados os mesmos valores ótimos para o problema de minimização das perdas ativas. Ao contrário do esperado, a discretização das variáveis compensação paralela não ocasionou, como regra geral, maior impacto sobre o valor ótimo da função-objetivo que a discretização das variáveis módulo de tape de transformadores.

O objetivo da pesquisa no tratamento do requisito Cálculo de Soluções Discretas foi o de obter soluções aproximadas, de baixo custo computacional, que sejam melhores que o simples arredondamento para o valor discreto mais próximo. Apesar do bom desempenho das formulações propostas, o requisito Cálculo de Soluções de Discretas para utilização no FPO em tempo real ainda requer pesquisa no sentido de garantir que a solução encontrada seja de fato uma solução discreta rigorosamente ótima.

O tratamento do resquisito Tratamento de Inviabilidades foi realizado pela metodologia de MVLO, na qual são acrescentados termos de mínimos desvios em relação aos limites originais do problema. Os limites que causam a inviabilidade do FPO são identificados e relaxados, no sentido de permitir a obtenção de uma solução que, na ausência da metodologia de MVLO, seria impossível de ser encontrada. Uma vez que a solução do problema de MVLO é obtida em condições especiais para os limites operacionais expandidos, a mesma deve ser usada quando uma solução para o problema de FPO convencional não é disponível devido à não-convergência do método de solução e quando há indícios de que o problema resolvido é inviável.

A metodologia para tratamento do requisito Supressão de Ajustes Ineficazes proposta nessa Dissertação consiste de três fases, sendo as duas últimas responsáveis pela identificação dos controles efetivos e pela solução final apenas com esses controles. A última fase, que foi denominada de Fase III, é necessária pois os controles efetivos precisam ser reajustados de forma a compensar os controles que foram omitidos. Apesar da identificação do conjunto de controles efetivos para um determinado problema de FPO realizada na Fase II ser completamente automática, o número de controles desejados precisa ser previamente especificado como parâmetro da metodologia.

Os resultados listados no Capítulo 5 para as metodologias propostas indicam que as mesmas podem tratar os requisitos impostos pela operação de sistemas elétricos em tempo real. O esforço computacional necessário para a obtenção de cada solução, ou seja, o tempo em segundos requerido para a solução de cada problema foi detalhado no Capítulo 5. Os baixos tempos de processamento indicam a viabilidade da utilização das técnicas propostas para a aplicação em tempo real. Para os sistemas elétricos testados, as metodologias

propostas nessa Dissertação demonstraram robustez, apresentando poucos casos de falha.

6.1 Limitações

No desenvolvimento das metodologias para tratamento dos requisitos para uso do FPO em tempo real abordados na Dissertação, algumas dificuldades foram encontradas:

- As duas metodologias de discretização propostas restringem o intervalo de busca a dois valores discretos consecutivos, limitando o número de combinações entre valores discretos que podem ser utilizadas;
- Em virtude do método de busca utilizado, o método de Newton, o resultado das metodologias de discretização para as variáveis correspondentes a controles discretos será igual ao obtido por simples arredondamento. Contudo, as metodologias propostas ajustam automaticamente os controles contínuos de forma a prover a viabilidade do problema;
- Os indicadores de sensibilidade utilizados dependem de informações sobre os multiplicadores de Lagrange e variáveis de folga, o que pode causar pequenas variações das suas respostas em função do método de PI utilizado;
- Na metodologia para Supressão de Ajustes Ineficazes, o número de reajustes de controles desejado precisa ser previamente especificado. Caso o número especificado pelo usuário seja inferior ao menor número que produz uma solução viável, alguns controles classificados como omitidos são automaticamente reajustados de forma a prover a viabilidade do problema.

6.2 Perspectivas de Trabalhos Futuros

- Desenvolvimento de indicadores de sensibilidade mais precisos para aplicação nas metodologias desenvolvidas nessa Dissertação;
- Integração das metodologias desenvolvidas nessa Dissertação visando o tratamento de múltiplos requisitos para a aplicação do FPO em tempo real;
- Definição da sequência de implementação dos ajustes de controle ótimos [63].

Referências Bibliográficas

- [1] OVERBYE, T. J. A power flow measure for unsolvable cases. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3, p. 1359–1365, August 1994.
- [2] TINNEY, W. F. et al. Some deficiencies in optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 676–683, May 1988.
- [3] GRANVILLE, S. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 136–146, February 1994.
- [4] WU, Y.; DEBS, A. S.; MARSTEN, R. E. A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, p. 876–883, May 1994.
- [5] GRANVILLE, S.; MELLO, J. C. O.; MELO, A. C. G. Applications of interior point methods to power flow unsolvability. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 2, p. 1096–1103, May 1996.
- [6] IRISARRI, G. D. et al. Economic dispatch with network and ramping constraints via interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 1, p. 236–242, February 1998.
- [7] TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H. On a nonlinear multiple-centrality-corrections interior-point method for optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 2, p. 222–228, May 2001.

- [8] STOTT, B.; ALSAC, O.; MONTICELLI, A. J. Security analysis and optimization. *Proceedings of the IEEE*, v. 75, n. 12, p. 1623–1644, December 1987.
- [9] MOMOH, J. et al. Challenges to optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1, p. 444–455, February 1997.
- [10] AOKI, K.; FAN, M.; NISHIKORI, A. Optimal var planning by approximation method for recursive mixed-integer linear programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 4, p. 1741–1747, November 1988.
- [11] PAPALEXOPOULOS, A. D.; IMPARATO, C. F.; WU, F. F. Large-scale optimal power flow: Effects of initialization, decoupling & discretization. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 2, p. 748–759, May 1989.
- [12] LIU, W.-H. E.; PAPALEXOPOULOS, A. D.; TINNEY, W. F. Discrete shunt controls in a newton optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 4, p. 1509–1518, November 1992.
- [13] LIU, W.-H. E.; PAPALEXOPOULOS, A. D.; BRIGHT, J. M. Discrete shunt device based voltage control in an adjusted power flow solution. *Proceedings of 11th PSCC*, August 1993.
- [14] SHARIF, S. S.; TAYLOR, J. H. Minlp formulation of optimal reactive power flow. *Proceedings of the America Control Conference*, v. 3, p. 1974–1978, June 1997.
- [15] TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H. An interior point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 4, p. 1211–1218, November 1998.
- [16] LIU, M.; TSO, S. K.; CHENG, Y. An extended nonlinear primal-dual interior-point algorithm for reactive-power optimization of large-scale power systems with discrete control variables. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 982–991, November 2002.
- [17] YAN, W. et al. A hybrid genetic algorithm-interior point method for optimal reactive power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 3, p. 1163–1169, August 2006.
- [18] XIAOYING, D.; XIFAN, W.; LIN, L. Interior point cutting plane method for discrete decoupled optimal power flow. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, August 2007.

- [19] DING, Q.; LI, N.; WANG, X. Implementation of interior point method based voltage/reactive power optimization. *Proc. of the IEEE PES General Meeting*, June 1996.
- [20] SINGH, S. N.; SRIVASTAVA, S. C. S. Corretive action planning to achieve a feasible optimal power flow solution. *IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.*, v. 142, n. 6, p. 576–582, November 1995.
- [21] DING, Q.; LI, N.; WANG, X. Implementation of interior point method based voltage/reactive power optimization. *Proc. of the IEEE PES General Meeting*, June 1996.
- [22] ALMEIDA, K. C.; GALIANA, F. D. Critical cases in the optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, p. 1509–1518, August 1996.
- [23] CHANG, S.-K.; MARKS, G. E.; KATO, K. Optimal real-time voltage control. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 3, p. 750–758, August 1990.
- [24] DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. Optimal power flow solution. *AIEEE*, PAS-87, p. 1866–1876, October 1968.
- [25] HUNEAULT, M.; GALIANA, F. D. A survey of the optimal power flow literature. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, p. 762–770, May 1991.
- [26] CARPENTIER, J. Contribution à ‘1’ étude du dispatching économique. *Bulletin de la Societe Françoise dos Electriciens*, SER-8, v. 3, p. 432–447, August 1962.
- [27] WEI, H.; SASAKI, H.; YOKOYAMA, R. An application of interior point quadratic programming algorithm to power system optimization problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1, p. 260–266, February 1996.
- [28] YAN, X.; QUINTANA, V. H. An efficient predictor-corrector interior point algorithm for security-constrained economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, p. 803–810, May 1997.
- [29] ALMEIDA, K. C.; GALIANA, F. D. Critical cases in the optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, p. 1509–1518, August 1996.
- [30] SUN, D. I. et al. Optimal power flow by Newton approach. *AIEEE*, PAS-103, n. 10, p. 2864–2880, October 1984.
- [31] MONTICELLI, A. J.; LIU, W. E. Adaptive movement penalty method for the Newton optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 1, p. 334–342, February 1992.

- [32] CLEMENTS, K. A.; DAVIS, P. W.; FREY, K. D. Treatment of inequality constraints in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 2, p. 567–573, May 1995.
- [33] IRISARRI, G. D. et al. Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1, p. 162–172, February 1997.
- [34] WRIGHT, M. H. The interior-point revolution in optimization: History, recent developments, and lasting consequences. *Bulletin of The American Mathematical Society*, v. 42, n. 1, p. 39–56, 2004.
- [35] FRISCH, K. R. *The Logarithmic Potential Method of Convex Programming*. Oslo, Norway, 1955.
- [36] FIACCO, A. V.; MCCORMICK, G. P. *Nonlinear Programming: Sequential unconstrained minimization techniques*. [S.l.]: JWS, 1968.
- [37] KARMARKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. n. 4, p. 373–395, 1984.
- [38] MEGIDDO, N. *Pathways to the Optimal Set in Linear Programming*. San Jose, CA, 1986.
- [39] MEHROTRA, S. On the implementation of a primal-dual interior point method. *SIAM J. on Optimization*, n. 2, p. 575–601, 1992.
- [40] CARPENTER, T. J. et al. Higher-order predictor-corrector interior point methods with applications to quadratic objectives. *SIAMO*, v. 3, n. 4, p. 696–725, 1993.
- [41] GONDZIO, J. Multiple centrality corrections in a primal-dual method for linear programming. *Computacional Optimization and Applications*, v. 6, p. 137–156, 1996.
- [42] TORRES, G. L. *Nonlinear Optimal Power Flow by Interior-Point and Non-Interior-Point Methods*. Tese (Doutorado) — University of Waterloo, Canada, 1998.
- [43] TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H.; de Carvalho, M. A. Higher-order interior-point methods for computing minimum load shedding and maximum loadability of power systems. In: *Proc. of the VIII SEPOPE*. Brasilia, Brazil: [s.n.], 2002.
- [44] QUINTANA, V. H.; TORRES, G. L.; MEDINA-PALOMO, J. Interior-point methods and their applications to power systems: A classification of publications and software codes. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1, p. 170–176, February 2000.

- [45] CLEMENTS, K. A.; DAVIS, P. W.; FREY, K. D. An interior point algorithm for weighted least absolute value power system state estimation. *W91IEEE*. Paper no. 91-WM 235-2 PWRS.
- [46] VARGAS, L.; QUINTANA, V.; VANNELLI, A. A tutorial description of an interior-point method and its application to security constrained economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, p. 1315–1324, 1993.
- [47] BARBOZA, L. V.; SALGADO, R. Restoring solutions for unsolvable cases via minimum load shedding for a specified direction. In: *Proc. of IEEE 22nd Power Industry Computation Conference*. Sydney, Australia: [s.n.], 2001. p. CDROM.
- [48] MEDINA, J. et al. A comparison of interior-point codes for medium-term hydro-thermal coordination. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 3, p. 836–843, August 1998.
- [49] WANG, X. et al. Preventive/corrective control for voltage stability using direct interior point method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 3, p. 878–883, August 1998.
- [50] PONNAMBALAM, K.; QUINTANA, V. H.; VANNELLI, A. A fast algorithm for power system optimization problems using an interior point method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n. 2, p. 892–899, May 1992.
- [51] LU, C. N.; UNUM, M. R. Network constrained security control using an interior point algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, p. 1068–1076, August 1993.
- [52] LUENBERGER, D. G. *Linear and Nonlinear Programming*. [S.l.]: Addison-Wesley Inc., 1984.
- [53] FLETCHER, R. *Practical Methods of Optimization*. [S.l.]: JWS, 1987.
- [54] NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. *Numerical Optimization*. [S.l.]: Springer, 2006.
- [55] WRIGHT, S. J. *Primal-Dual Interior-Point Methods*. [S.l.]: SIAM, 1997.
- [56] NEMHAUSER, G. L.; WOLSEY, L. A. *Integer and Combinatorial Optimization*. [S.l.]: Wiley Interscience, 1999.
- [57] PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. [S.l.]: Dover, 1998.

- [58] WEISNER, L. *Introduction to the Theory of Equations*. [S.l.]: The Macmilian Company, 1938.
- [59] PELTIER, J. *Résolution Numérique des Équations Algébriques*. [S.l.]: Gauthier-Villars, 1957.
- [60] FISCHER, A. A special newton-type optimization method. *Optimization*, v. 24, p. 269–284, 1992.
- [61] CHEN, B.; CHEN, X.; KANZOW, C. A penalized fischer-burmeister ncp-function: Theoretical investigation and numerical results. August 1997.
- [62] TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H. Optimal power flow by a nonlinear complementarity method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, p. 1028–1033, August 2000.
- [63] SOUZA, A. C. Z. de; LOPES, B. I. L. Quasi-dynamic model and strategy for control actions. *Electric Power Components and Systems*, v. 33, n. 9, p. 1057–1070, September 2005.

Anexo A

Dados Gerais de Discretização de Compensação Paralela

Nesse anexo são disponibilizados os dados de discretização de compensação paralela dos sistemas IEEE de 30, 57, 118 e 300 barras, utilizados nas metodologias para tratamento do requisito Cálculo de Soluções Discretas. Os limites máximos e mínimos foram criados a partir dos valores de compensação paralela fornecidos nos arquivos IEEE *Common Data Format*. O número de módulos de compensação e as magnitudes de cada um deles foram definidas considerando as práticas de utilização desse tipo de controle em sistemas reais.

Tabela A.1: Comprimentos de passo em MVar e número de passos para variáveis compensação paralela para sistemas IEEE de 14, 30, 57 e 118 barras.

IEEE 30	Barra	b_{min}^{sh} (MVar)	b_{max}^{sh} (MVar)	Passo (MVar)	Número de Passos
	11	0,00	20,00	5,00	4
	17	0,00	10,00	5,00	2
	18	0,00	10,00	5,00	2
	23	0,00	10,00	5,00	2
	27	0,00	10,00	5,00	2
IEEE 57	Barra	b_{min}^{sh}	b_{max}^{sh}	Passo	Número de Passos
	18	0,00	10,00	5,00	2
	25	0,00	10,00	5,00	2
	31	0,00	10,00	5,00	2
	42	0,00	10,00	5,00	2
	53	0,00	10,00	5,00	2
IEEE 118	Barra	b_{min}^{sh}	b_{max}^{sh}	Passo	Número de Passos
	5	-40,00	20,00	10,00	6
	21	0,00	20,00	5,00	4
	28	0,00	20,00	5,00	4
	37	-20,00	20,00	10,00	4
	44	0,00	20,00	5,00	4
	45	0,00	20,00	5,00	4
	48	0,00	20,00	5,00	4
	53	0,00	20,00	5,00	4
	79	0,00	40,00	10,00	4
	82	0,00	40,00	10,00	4
	83	0,00	20,00	5,00	4
118	0,00	20,00	5,00	4	

Tabela A.2: Comprimentos de passo em MVar e número de passos para sistema IEEE de 300 barras.

	Barra	b_{min}^{sh} (MVar)	b_{max}^{sh} (MVar)	Passo (MVar)	Número de Passos
IEEE 300	14	-10,00	30,00	10,00	4
	39	-50,00	0,00	10,00	5
	42	-20,00	0,00	5,00	4
	44	0,00	50,00	10,00	5
	47	0,00	50,00	10,00	5
	59	0,00	50,00	10,00	5
	61	0,00	50,00	10,00	5
	64	0,00	50,00	10,00	5
	117	0,00	325,00	65,00	5
	120	-25,00	75,00	25,00	4
	136	-50,00	0,00	10,00	5
	137	-50,00	0,00	10,00	5
	148	-50,00	0,00	10,00	5
	154	-50,00	50,00	20,00	5
	164	-225,00	25,00	50,00	5
	166	-100,00	50,00	50,00	3
	173	-25,00	75,00	25,00	4
	179	-50,00	50,00	20,00	5
	231	-300,00	0,00	50,00	6
	240	-150,00	150,00	50,00	6
248	0,00	50,00	10,00	5	
9003	0,00	25,00	12,50	2	
9034	0,00	25,00	12,50	2	

Anexo B

Derivadas de Injeção de Potência

B.1 Derivadas de Primeira Ordem de Injeção de Potência Ativa

- Derivadas de potência ativa em relação a variáveis ângulo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} &= -V_i^2 B_{ii} - V_i \sum_{k \in \mathcal{I}} V_k (G_{ik} \operatorname{sen} \theta_{ik} - B_{ik} \operatorname{cos} \theta_{ik}) \\ &= -V_i^2 B_{ii} - Q_i \triangleq H_{ii}\end{aligned}\tag{B.1a}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - B_{ij} \operatorname{cos} \theta_{ij}) \triangleq H_{ij}\tag{B.1b}$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial \theta_i} = V_j V_i (G_{ji} \operatorname{sen} \theta_{ji} - B_{ji} \operatorname{cos} \theta_{ji}) \triangleq H_{ji}\tag{B.1c}$$

- Derivadas de potência ativa em relação a variáveis módulo de tensão:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_i}{\partial V_i} &= V_i G_{ii} + \sum_{k \in \mathcal{I}} V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \\ &= V_i G_{ii} + \frac{P_i}{V_i} \triangleq N_{ii}\end{aligned}\quad (\text{B.2a})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \triangleq N_{ij} \quad (\text{B.2b})$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial V_i} = V_j (G_{ji} \cos \theta_{ji} + B_{ji} \sin \theta_{ji}) \triangleq N_{ji} \quad (\text{B.2c})$$

- Derivadas de potência ativa em relação a variáveis módulo de tape:

$$\frac{\partial P_i}{\partial t_{ij}} = 2V_i^2 t_{ij} g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (\text{B.3a})$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial t_{ij}} = -V_j V_i (g_{ij} \cos \theta_{ji} + b_{ij} \sin \theta_{ji}) \quad (\text{B.3b})$$

B.2 Derivadas de Primeira Ordem de Injeção de Potência Reativa

- Derivadas de potência reativa em relação a variáveis ângulo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} &= -V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{k \in \mathcal{I}} V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \\ &= -V_i^2 G_{ii} + P_i \triangleq M_{ii}\end{aligned}\quad (\text{B.4a})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \triangleq M_{ij} \quad (\text{B.4b})$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial \theta_i} = -V_j V_i (G_{ji} \cos \theta_{ji} + B_{ji} \sin \theta_{ji}) \triangleq M_{ji} \quad (\text{B.4c})$$

- Derivadas de potência reativa em relação a variáveis módulo de tensão:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} &= -V_i B_{ii} + \sum_{k \in \mathcal{I}} V_k (G_{ik} \operatorname{sen} \theta_{ik} + B_{ik} \cos \theta_{ik}) \\ &= -V_i B_{ii} + \frac{Q_i}{V_i} \triangleq L_{ii}\end{aligned}\quad (\text{B.5a})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i (G_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \triangleq L_{ij} \quad (\text{B.5b})$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial V_i} = V_j (G_{ji} \operatorname{sen} \theta_{ji} - B_{ji} \cos \theta_{ji}) \triangleq L_{ji} \quad (\text{B.5c})$$

- Derivadas de potência ativa em relação a variáveis módulo de tape:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t_{ij}} = -2V_i^2 t_{ij} b_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (\text{B.6a})$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial t_{ij}} = -V_j V_i (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ji} - b_{ij} \cos \theta_{ji}) \quad (\text{B.6b})$$

B.3 Derivadas de Segunda Ordem de Injeção de Potência Ativa

- Derivadas de potência ativa em relação a variáveis módulo de tape em relação a variáveis ângulo:

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{ij} \partial \theta_i} = -V_i V_j (-g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (\text{B.7a})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{ij} \partial \theta_j} = -V_i V_j (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (\text{B.7b})$$

$$\frac{\partial^2 P_j}{\partial t_{ij} \partial \theta_i} = -V_j V_i (g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ji} - b_{ij} \cos \theta_{ji}) \quad (\text{B.7c})$$

$$\frac{\partial^2 P_j}{\partial t_{ij} \partial \theta_j} = -V_j V_i (-g_{ij} \operatorname{sen} \theta_{ji} + b_{ij} \cos \theta_{ji}) \quad (\text{B.7d})$$

- Derivadas de potência ativa em relação a variáveis módulo de tape em relação a variáveis módulo de tensão:

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{ij} \partial V_i} = 4V_i t_{ij} g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (\text{B.8a})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{ij} \partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (\text{B.8b})$$

$$\frac{\partial^2 P_j}{\partial t_{ij} \partial V_i} = -V_j (g_{ij} \cos \theta_{ji} + b_{ij} \sin \theta_{ji}) \quad (\text{B.8c})$$

$$\frac{\partial^2 P_j}{\partial t_{ij} \partial V_j} = -V_i (g_{ij} \cos \theta_{ji} + b_{ij} \sin \theta_{ji}) \quad (\text{B.8d})$$

B.4 Derivadas de Segunda Ordem de Injeção de Potência Reativa

- Derivadas de potência reativa em relação a variáveis módulo de tape em relação a variáveis ângulo:

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{ij} \partial \theta_i} = -V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (\text{B.9a})$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{ij} \partial \theta_j} = -V_i V_j (-g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (\text{B.9b})$$

$$\frac{\partial^2 Q_j}{\partial t_{ij} \partial \theta_i} = -V_j V_i (-g_{ij} \cos \theta_{ji} - b_{ij} \sin \theta_{ji}) \quad (\text{B.9c})$$

$$\frac{\partial^2 Q_j}{\partial t_{ij} \partial \theta_j} = -V_j V_i (g_{ij} \cos \theta_{ji} + b_{ij} \sin \theta_{ji}) \quad (\text{B.9d})$$

- Derivadas de potência reativa em relação a variáveis módulo de tape em relação a

variáveis módulo de tensão:

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{ij} \partial V_i} = -4V_i t_{ij} b_{ij} - V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (\text{B.10a})$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{ij} \partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (\text{B.10b})$$

$$\frac{\partial^2 Q_j}{\partial t_{ij} \partial V_i} = -V_j (g_{ij} \sin \theta_{ji} - b_{ij} \cos \theta_{ji}) \quad (\text{B.10c})$$

$$\frac{\partial^2 Q_j}{\partial t_{ij} \partial V_j} = -V_i (g_{ij} \sin \theta_{ji} - b_{ij} \cos \theta_{ji}) \quad (\text{B.10d})$$

B.5 Tabelas de Derivadas de Segunda Ordem de Injeção de Potência Ativa e Reativa

A relação entre as derivadas de segunda ordem de injeção de potência ativa e reativa e os elementos da matriz Jacobiana do fluxo de potência tradicional foi originalmente identificada por Torres [15,42].

$\partial^2 P_i$	$\partial \theta_i$	$\partial \theta_j$	$\partial \theta_i$	$\partial \theta_j$	$\partial^2 P_j$
$\partial \theta_i$	$-M_{ii}$	$-M_{ij}$	M_{ji}	$-M_{ji}$	$\partial \theta_i$
$\partial \theta_j$	$-M_{ij}$	M_{ij}	$-M_{ji}$	$-M_{jj}$	$\partial \theta_j$
$\partial \theta_i$	H_{ii}	H_{ij}	$-H_{ji}$	H_{ji}	$\partial \theta_i$
$\partial \theta_j$	H_{ij}	$-H_{ij}$	H_{ji}	H_{jj}	$\partial \theta_j$
$\partial^2 Q_i$	∂V_i	∂V_j	∂V_i	∂V_j	$\partial^2 Q_j$

Tabela B.1: Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial \theta \partial \theta}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta \partial \theta}$.

$\partial^2 P_i$	∂V_i	∂V_j	∂V_i	∂V_j	$\partial^2 P_j$
$\partial \theta_i$	$\frac{1}{V_i} H_{ii}$	$-\frac{1}{V_j} H_{ij}$	$\frac{1}{V_i} H_{ji}$	$\frac{1}{V_j} H_{jj}$	$\partial \theta_i$
$\partial \theta_j$	$\frac{1}{V_i} H_{ij}$	$\frac{1}{V_j} H_{ij}$	$-\frac{1}{V_i} H_{ji}$	$\frac{1}{V_j} H_{jj}$	$\partial \theta_j$
$\partial \theta_i$	$\frac{1}{V_i} M_{ii}$	$-\frac{1}{V_j} M_{ij}$	$\frac{1}{V_i} M_{ji}$	$\frac{1}{V_j} M_{jj}$	$\partial \theta_i$
$\partial \theta_j$	$\frac{1}{V_i} M_{ij}$	$\frac{1}{V_j} M_{ij}$	$-\frac{1}{V_i} M_{ji}$	$\frac{1}{V_j} M_{jj}$	$\partial \theta_j$
$\partial^2 Q_i$	∂V_i	∂V_j	∂V_i	∂V_j	$\partial^2 Q_j$

Tabela B.2: Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial \theta \partial V}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial \theta \partial V}$.

$\partial^2 P_i$	∂V_i	∂V_j	∂V_i	∂V_j	$\partial^2 P_j$
∂V_i	$2G_{ii}$	$\frac{1}{V_i} N_{ij}$	0	$\frac{1}{V_j} N_{ji}$	∂V_i
∂V_j	$\frac{1}{V_i} N_{ij}$	0	$\frac{1}{V_j} N_{ji}$	$2G_{jj}$	∂V_j
∂V_i	$-2B_{ii}$	$\frac{1}{V_i} L_{ij}$	0	$\frac{1}{V_j} L_{ji}$	∂V_i
∂V_j	$\frac{1}{V_i} L_{ij}$	0	$\frac{1}{V_j} L_{ji}$	$-2B_{jj}$	∂V_j
$\partial^2 Q_i$	∂V_i	∂V_j	∂V_i	∂V_j	$\partial^2 Q_j$

Tabela B.3: Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial V \partial V}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial V \partial V}$.

$\partial^2 P_i$	∂t_{ij}	∂t_{ij}	$\partial^2 P_j$
∂t_{ij}	$2V_i^2 g_{ij}$	0	∂t_{ij}
∂t_{ij}	$-2V_i^2 b_{ij}$	0	∂t_{ij}
$\partial^2 Q_i$	∂t_{ij}	∂t_{ij}	$\partial^2 Q_j$

Tabela B.4: Derivadas $\frac{\partial^2 P}{\partial t \partial t}$ e $\frac{\partial^2 Q}{\partial t \partial t}$.