



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA E SISTEMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ALLAMYS ALLAN DIAS DA SILVA

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DE SENSOR DE CAMPO MAGNÉTICO À
FIBRA ÓPTICA USANDO EFEITO MAGNETO-ÓPTICO**

Recife
2019

ALLAMYS ALLAN DIAS DA SILVA

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DE SENSOR DE CAMPO MAGNÉTICO À
FIBRA ÓPTICA USANDO EFEITO MAGNETO-ÓPTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Fotônica.

Orientador: Prof. Dr. Joaquim Ferreira Martins Filho.
Coorientador: Prof. Dr. Jehan Fonsêca do Nascimento.

Recife
2019

Catálogo na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

S586m	<p>Silva, Allamys Allan Dias da. Modelagem computacional de sensor de campo magnético à fibra óptica usando efeito magneto-óptico / Allamys Allan Dias da Silva. - 2019. 56 folhas, il., gráfs.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Joaquim Ferreira Martins Filho. Coorientador: Prof. Dr. Jehan Fonsêca do Nascimento.</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2019. Inclui Referências e Apêndice.</p> <p>1. Engenharia Elétrica. 2. Efeito magneto-óptico. 3. Sensor óptico. 4. Fibra óptica. 5. Ce:YIG. 6. Modelagem no COMSOL Multiphysics. I. Martins Filho, Joaquim Ferreira. (Orientador). II. Nascimento, Jehan Fonsêca do. (Coorientador). III. Título.</p> <p style="text-align: right;">UFPE</p> <p>621.3 CDD (22. ed.) BCTG/2019-196</p>
-------	---

ALLAMYS ALLAN DIAS DA SILVA

**MODELAGEM COMPUTACIONAL DE SENSOR DE CAMPO MAGNÉTICO À
FIBRA ÓPTICA USANDO EFEITO MAGNETO-ÓPTICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em: 25/02/2019.

BANCA EXAMINADORA

Joaquim Ferreira Martins Filho (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Jehan Fonsêca do Nascimento (Coorientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Eduardo Fontana (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Diego José Rativa Millán (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

O reconhecimento, e, por conseqüente, a gratidão são umas das virtudes mais justa que existem. Esse trabalho não é produto de uma pessoa só, mas de um grupo. Por isso é importante aqui deixar os agradecimentos as pessoas que contribuíram para essa dissertação.

Começo agradecendo ao meu orientador, Prof. Joaquim F. Martins Filho, por ter depositado sua confiança em mim e ter me aceitado no seu Grupo de Pesquisa em Sensores e Instrumentação. Agradeço por suas orientações, sempre muito claras e precisas. Foi um grande aprendizado todo esse tempo que trabalhamos juntos.

Aqui, expresso minha imensa gratidão ao meu co-orientador, Prof. Jehan Fonsêca do Nascimento, já faz um bom tempo que trabalhamos juntos, desde da graduação, no entanto ainda tenho aprendido muito com seus ensinamentos. Obrigado por seu empenho em me orientar.

Agradeço aos meus colegas do Grupo de Sensores e Instrumentação pelos conselhos e discursões, sempre produtivas. Agradeço também pelos momentos de descontração, que não foram poucos.

Por fim, agradeço a FACEPE pelo suporte financeiro que possibilitou o desenvolvimento desse trabalho.

RESUMO

O campo magnético produzido por um equipamento elétrico pode ser um indicativo importante de seu bom funcionamento, daí a importância de sensores de campos magnéticos que possam ser aplicados nesses equipamentos. Um dos componentes mais importantes de um sensor é o seu transdutor. Sendo assim, este trabalho tem como foco a caracterização do transdutor de um sensor de campo magnético, capaz de monitorar campos magnéticos provenientes de equipamentos elétricos, tal como transformadores de potência. Os efeitos estudados para criação do transdutor foram os efeitos Faraday e Kerr magneto-ópticos, que consistem na modificação na polarização de uma onda devido a magnetização de um material; então com uso desses efeitos foi possível obter variações de campo magnético através de reflexão de ondas polarizada. Por ter uma baixa absorção para faixa de frequências ópticas e ter boa sensibilidade à efeitos magneto-ópticos, o material escolhido para compor o transdutor foi o Ce:YIG. Foram feitas as modelagens analítica; no *MATLAB*, e numérica; no *COMSOL multiphysics*. Para uma espessura de 2,58 μm de Ce:YIG foi obtido uma rotação de $\sim 45^\circ$. Os resultados obtidos mostram o bom desempenho do Ce:YIG para medir campo magnético por efeito magneto-óptico.

Palavras-chave: Efeito magneto-óptico. Sensor óptico. Fibra óptica. Ce:YIG. Modelagem no COMSOL Multiphysics.

ABSTRACT

The magnetic field produced by an electrical equipment can be an important indication of its good functioning, hence the importance of magnetic field sensors that can be applied in these equipments. One of the most important components of a sensor is your transducer. Thus, this work focuses on the characterization of the transducer of a magnetic field sensor, capable of monitoring magnetic fields from electrical equipment, such as power transformers. The effects studied for the creation of the transducer were the magneto-optical Faraday and Kerr effects, which consist of the modification in the polarization of a wave due to the magnetization of a material; then with the use of these effects it was possible to obtain variations of magnetic field through reflection of polarized waves. Due to its low absorption for optical frequency range and good sensitivity to magneto-optical effects, the material chosen to compose the transducer was Ce:YIG. Analytical modeling was done; in MATLAB, and numerical; in COMSOL multiphysics. At a thickness of 2,58 μm Ce:YIG a rotation of $\sim 45^\circ$ was obtained. The obtained results show the good performance of Ce: YIG to measure magnetic field by magneto-optical effect

Keywords: Magneto-optical effect. Optical sensor. Optical fiber. Ce: YIG. Modeling in COMSOL Multiphysics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- ilustração da cabeça sensora para o sensor de campo magnético.	13
Figura 2 - Polarização de uma onda que se propaga em um cristal magnetizado...	16
Figura 3 - Modulação da polarização de uma onda por Efeito Kerr.	17
Figura 4 - Configurações do efeito Kerr magneto-óptico.....	18
Figura 5 - Geometria dos campos elétricos para a determinação das condições de contorno.	19
Figura 6 - Gráfico da Reflectância em função da espessura do filme de Ce:YIG.....	20
Figura 7 - uma onda com polarização linear pode ser vista como duas ondas com polarização circular.....	21
Figura 8 - Modelo físico para estrutura de bulk do transdutor.	23
Figura 9 - Rotação Faraday versus comprimento de onda para a amostra aquecidas à 740 °C e H = 5000 Oe depositada em substrato de quartzo.	28
Figura 10 - Espectro do índice de refração e coeficiente de extinção do YIG.	28
Figura 11 - Curvas de histerese magnética de filmes YIG em substratos de quartzo em orientação longitudinal e perpendicular.	29
Figura 12 - (a) Dependência espectral de elementos de permissividade diagonal, ϵ_1 , de três amostras de Ce: YIG em substratos GGG. (b) Dependência espectral de elementos de permissividade fora da diagonal, ϵ_2 , de três amostras de Ce: YIG em substratos GGG.	31
Figura 13 - Curva de magnetização do Ce:YIG.....	32
Figura 14 - Elemento transdutor do sensor à fibra óptica de campo magnético.....	33
Figura 15 - Reflectância das ondas p e s em função da espessura do filme de Ce:YIG (0-100 μm), para o material sem magnetização e com magnetização saturada.	34
Figura 16 - Contorno irregular onde é inserida uma malha (formado por nós e elementos).....	35
Figura 17 - Interface do COMSOL para o módulo de eletrostática.....	37
Figura 18 - Geometria do modelo físico no COMSOL para os modelos de a) bulk e b) fibra.	37
Figura 19 – Caracterização de uma região no COMSOL.....	38
Figure 20 – Condição para o espalhamento da onda no domínio do modelo.	39
Figure 21 – Plot de superfície da norma do campo elétrico no domínio do transdutor, para modelo de bulk.....	40

Figura 22 - Plot de superfície da norma do campo elétrico no domínio do transdutor, para modelo de fibra.....	41
Figura 23 - Curvas de histerese para substrato Si / YIG / Ce:YIG (~ 150 nm) com várias espessuras da camada YIG à temperatura ambiente. Componentes diamagnéticos e ferrimagnéticos provenientes do substrato e camadas de YIG foram subtraídos.	43
Figura 24 - Reflectância das ondas p e s em função da espessura do filme (0-10 μm) de Ce:YIG, para o material sem magnetização e com magnetização saturada.	44
Figura 25 - Sensibilidade, para ondas s e p, em função da espessura do filme de Ce:YIG.....	45
Figura 26 - Reflectância em função da espessura do Ce:YIG, para os modelos numérico (COMSOL) e analítico (MATLAB).....	46
Figura 27 - Reflectância em função da magnetização do Ce:YIG.....	47
Figura 28 - Reflectância em função do campo magnético externo.....	47
Figura 29 - Reflectância em função da espessura do Ce:YIG, para estrutura de bulk e fibra.	48
Figura 30 - Reflectância em função do campo magnético externo, para estrutura de bulk e fibra.	49
Figura 31 - Reflectância em função da espessura do Ce:YIG, para estrutura de bulk e fibra.	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	O TRANSDUTOR.....	15
2.1	Efeitos físicos envolvidos	15
2.1.1	Efeito Faraday	15
2.1.2	Efeito Kerr	17
2.1.3	Etalon	18
2.2	Formalismo matemático.....	21
3	GRANADA DE FERRO E ÍTRIO.....	27
3.1	Características do YIG	27
3.1.1	Constante magneto-óptica	29
3.2	YIG dopado com cério	30
4	MODELAGEM COMPUTACIONAL	33
4.1	Modelagem analítica	33
4.2	Modelagem numérica	34
4.2.1	Modelagem no COMSOL Multiphysics.....	36
5	ANÁLISE DOS RESULTADOS DO MODELO COMPUTACIONAL.....	42
5.1	Características do Ce:YIG usado na modelagem	42
5.2	Análise dos resultados obtidos	44
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	50
	REFERÊNCIAS.....	52
	APÊNDICE A - CÓDIGO DO PROGRAMA FEITO EM LINGUAGEM MATLAB, PARA A MODELAGEM ANALÍTICA.....	55

1 INTRODUÇÃO

No ano de 1845, Michael Faraday tentava descobrir como uma força magnética afetaria uma onda eletromagnética. Após vários testes com diferentes materiais, em 13 de setembro daquele ano, usando amostras de vidro sob efeito de uma campo magnético externo, Faraday descobriu o efeito que ganharia seu nome. Em seu diário, Faraday escreveu (1):

“A piece of heavy glass, which was 2 in. by 1.8 in. and 0.5 of an inch thick, being a silicoborate of lead, was experimented with... when contrary magnetic poles were on the same side there was an effect produced on the polarized ray, and thus magnetic force and light were proved to have relations to each other. This fact will most likely prove exceedingly fertile, and of great value in the investigation of conditions of nature force.”

Após a descoberta do efeito magneto-óptico na transmissão de ondas em 1845, Faraday tentou observar esse efeito para reflexão em superfícies metálicas. Devido às imperfeições nas superfícies das suas amostras ele obteve resultados inconclusivos (2). Só em 1877, John Kerr, examinando a polarização da luz refletida em um pólo polido de um eletroímã, conseguiu observar um efeito análogo ao de Faraday, porém observando a reflexão. Devido as suas pesquisas relacionadas ao efeito magneto-óptico, Kerr, em 1898, recebeu a *Royal Medal*. O apresentador do evento na ocasião disse que era maravilhoso como Kerr aprendeu tanto com *“comparatively simple and ineffectual apparatus at his disposal.”*, então Kerr o respondeu *“Simple it may be, but not ineffectual; rude, but not crude.”* (3).

Com o passar do tempo, novos efeitos magneto-ópticos foram descobertos, como os efeitos Zeeman e Voigt (4), e então uma abordagem quântica foi sendo introduzida para a explicação desses fenômenos (5). Hoje os efeitos magneto-ópticos já têm um espaço na indústria de armazenamento de dados e de dispositivos ópticos (5).

Na área de dispositivos ópticos, filmes de granada, por exemplo, estão sendo objetos de diversos estudos nos últimos anos. Um dos elementos mais usados na literatura é a granada de ferro e ítrio (YIG) (6, 7). Devido à baixa absorção e a boa resposta magneto-óptica, na faixa de frequências ópticas, esses materiais têm uma

grande aplicação na área de telecomunicações e sensores ópticos, pois suas características se adequam muito a bem a sistemas à base de fibra óptica (8, 9).

Sobre sensor à base de fibra óptica, é importante destacar algumas vantagens para seu uso, quando comparado com seus concorrentes eletrônicos e mecânicos: grande faixa dinâmica de atuação a baixo ruído; e sua alta sensibilidade às variações das propriedades da medida. Além disso, o sistema óptico à fibra está isolado de interferências do meio externo e, por isso, há menos possibilidades de erros sistemáticos na medição (10). Em específico, com relação a sistemas à base de fibra óptica para medição de campo magnético, é encontrado na literatura alguns sensores baseados em:

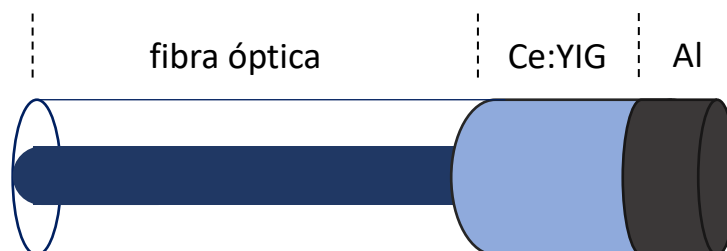
- Cavidade de Fabry-Perot – tal sensor pode ter uma fibra como uma das faces da cavidade, e a outra face ser formada por um material magnetostrictivo, assim quando um campo é aplicado, há uma deformação no material magnetostrictivo que causa uma mudança no comprimento da cavidade, desta forma o perfil de interferência da cavidade é alterado. A sensibilidade desse tipo de sensor é obtida a partir do deslocamento do comprimento de onda em que há uma interferência destrutiva. Chen et. al. conseguiram obter uma sensibilidade de -1510 nm/mT (11).
- Rede de Bragg – um pulso com determinada largura espectral, ao se deparar com uma rede de Bragg, tem um de seus comprimentos de onda refletido e todo resto do pulso transmitido. O comprimento de onda que é refletido por uma rede Bragg depende da periodicidade da rede. Sensores de campo magnético que usam esse tipo de estrutura têm a rede de Bragg construída sobre uma base de material magnetostrictivo, desta forma quando um campo é aplicado a periodicidade da rede é alterada, resultando na mudança do comprimento de onda que é refletido. Por meio do deslocamento do comprimento de onda que é refletido, é definida a sensibilidade desse tipo de sensor. No trabalho de Yang et. al. foi obtido uma sensibilidade de $1,08 \text{ pm/mT}$ (12).
- Interferência multimodal – em geral, esses sensores são construídos com um arranjo *single-multi-single* de fibras ópticas. O funcionamento desse sensor está atrelado a interferência, dos vários modos propagantes na

fibra multimodo, que acontece no acoplamento na fibra monomodo. O perfil de interferência formado pelos modos depende de alguns parâmetros, um deles é o índice de refração do meio externo. Geralmente, a fibra multimodo tem sua casca corroida e fica submersa em um fluido magneto-óptico, fluido esse que tem seu índice de refração alterado com o campo magnético aplicado sobre ele. A resposta desse tipo de sensor é baseada no deslocamento do comprimento de onda que sofre maior atenuação na transmissão, quando aplicado determinado campo magnético. Wang et al. conseguiram contruir um sensor desse tipo com uma sensibilidade de $-16,86 \text{ pm/Oe}$ (13).

- Efeito Faraday – diferente dos outros sensores, a sensibilidade desse tipo de sensor está atrela a modulação da polarização do sinal. Um forma de montar uma estrutura dessa é dopando um pedaço da fibra com térbio, na região onde se quer medir o campo. A fibra dopada com térbio tem sua respostas magneto-óptica aumentada consideravelmente, logo a onda ao se propagar nessa região da fibra, se houver um campo magnético, tem seu plano de polarização rotacionado, devido ao efeito Faraday magneto-óptico. Sun et al. conseguirem obter uma sensibilidade de $0,49 \text{ rad/T}$ no aparato que construíram (14).

É o objetivo desta dissertação estudar o filme de granada de ferro e ítrio na caracterização de um sensor de campo magnético à base de fibra óptica. Para tal será feita a modelagem do transdutor do sensor, que é a cabeça sensora esquematizada na Figura 1. A figura mostra uma fibra óptica, onde em sua ponta há uma camada de Ce:YIG (YIG dopado com cério); que é o material responsável pela modulação do sinal, e logo após há uma camada de alumínio; que tem o papel de refletir o sinal de volta para a fibra. Na presença de um campo magnético, o sinal que volta para fibra sofre uma modulação na sua polarização, e assim é possível ter uma medida do campo existente na região.

Figura 1- ilustração da cabeça sensora para o sensor de campo magnético.



Fonte: O Autor, 2019.

Uma possível aplicação tecnológica do novo sensor de campo magnético à fibra óptica, que faz uso do efeito Faraday e Kerr magneto-óptico, é o monitoramento do campo magnético em transformadores de linha de transmissão de energia elétrica. O uso de transformadores ao longo da linha de transmissão é essencial, porque eles atuam como elevadores e abaixadores de tensão ao longo da linha para garantir a qualidade tanto na transmissão quanto na distribuição de eletricidade para os diversos consumidores (15, 16).

Assim como as linhas de transmissão, os transformadores conectados a linha também estão sujeitos às falhas de operação, tais como: defeito de fabricação, curto-circuito externo, envelhecimento de componentes (comutador e bucha), sobretensões transitórias, manutenção inexistente ou inadequada, enxofre corrosivo, defeitos de reparos entre outros (17). Em todos esses casos, o campo magnético nominal gerado no interior do transformador, que garante sua funcionalidade, pode ser modificada de forma que sua operação na linha é comprometida (17). Por isso, o monitoramento dessas falhas possibilita prever danos e também auxilia na previsão da manutenção do equipamento (17). Além disso, um sistema sensor à fibra óptica pode ser de longo alcance e monitorar pontualmente cada transformador colocado ao longo da Linha de maneira remota.

Por fim, esta dissertação, além do capítulo introdutório, está organizada da seguinte forma:

- ii) O capítulo 2 aborda a teoria dos efeitos que estão por trás do funcionamento do transdutor, esses são: Faraday e Kerr magneto-ópticos; e o efeito de cavidade. Nesse capítulo também é abordado o formalismo matemático para modelagem do transdutor.

- iii) O capítulo 3 trata de uma apresentação do YIG, e do Ce:YIG, que é o YIG dopado com cério. Nesse capítulo são apresentadas as características magnéticas e magneto-ópticas das matérias, de forma que é possível fazer uma comparação entre o YIG puro e o YIG dopado.
- iv) O capítulo 4 é uma descrição da modelagem que foi feita para caracterizar o transdutor. Primeiro é abordado a modelagem analítica, que foi construída em linguagem *Matrix Laboratory* (MATLAB). Em seguida é mostrada a construção do modelo numérico, através do COMSOL *multiphysics*.
- v) O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos com os modelos desenvolvidos através das modelagens descritas no capítulo 4; então é feita uma análise dos resultados para se chegar à caracterização do transdutor.
- vi) O capítulo 6 faz o encerramento da dissertação, trazendo as conclusões e perspectivas futuras.

2 O TRANSDUTOR

O transdutor é fundamental na estrutura de um sensor de medida indireta, pois é ele que faz a ligação entre a variação da grandeza de interesse e a grandeza que é, de fato, medida. No caso do estudo para elaboração dessa dissertação, a grandeza de interesse é campo magnético que é medido através de reflectância de ondas polarizadas. Na sequência deste capítulo serão abordados fenômenos físicos relacionados ao funcionamento do transdutor estudado neste trabalho, onde, na Seção 2.1, são abordados os efeitos Faraday e Kerr magneto-ópticos, que são os efeitos que possibilitam a medida indireta de interesse desse trabalho, e o efeito de interferência, que surge por causa do etalon formado devido a geometria e a disposição dos materiais que constituem o transdutor, na Seção 2.2 é apresentado o formalismo matemático para a propagação de uma onda eletromagnética no transdutor.

2.1 Efeitos físicos envolvidos

O transdutor, que no caso é a cabeça sensora ilustrada na Figura 1, é a parte sensível ao campo magnético do sensor, é no transdutor que acontece a conversão da interação magnética, entre campo e matéria, em uma resposta óptica na modulação da luz que incide no transdutor.

Para entender melhor o que acontece no transdutor, é preciso analisar a contribuição de cada efeito na modificação do sinal. Os responsáveis pela modulação do sinal, possibilitando a medida indireta do campo magnético, são os efeitos Faraday e Kerr magneto-ópticos. Porém, efeitos de interferência também surgem, devido ao etalon formado pela estrutura do transdutor.

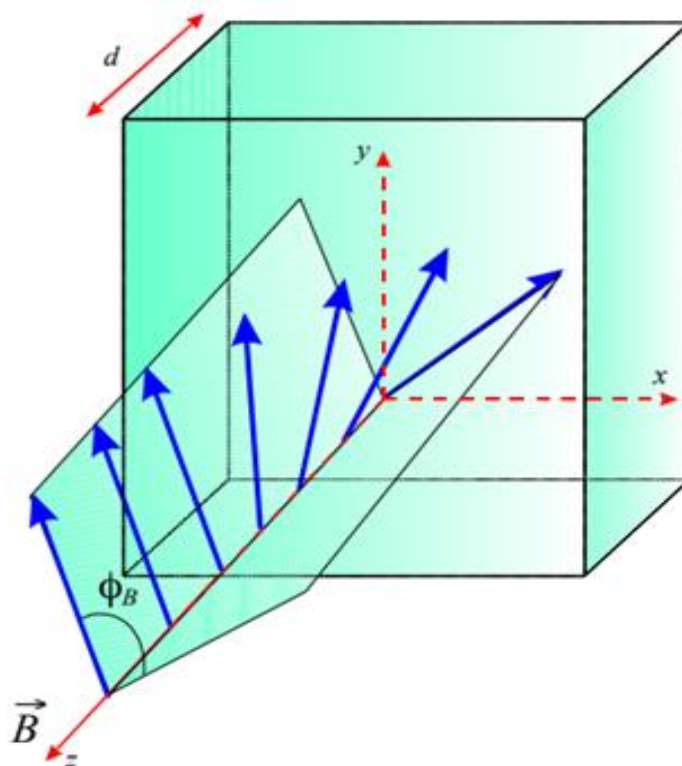
Nas subseções seguintes são abordados cada fenômeno separadamente, para então na próxima seção ser feita a abordagem matemática da propagação da luz no transdutor.

2.1.1 Efeito Faraday

No Efeito Faraday trata-se da rotação do plano de polarização de uma onda linearmente polarizada, quando essa onda se propaga em um meio magnetizado. Uma ilustração do Efeito Faraday pode ser vista na imagem retirada das notas de aula do professor Fontana, na Figura 2 (18). Nessa figura, observa-se que a onda

propagada num cristal magnético, que está inserido num campo magnético, tem sua polarização rotacionada por um ângulo ϕ_B .

Figura 2 - Polarização de uma onda que se propaga em um cristal magnetizado (18).



Fonte: Fontana, 2018.

Uma forma de calcular a rotação Faraday é através da seguinte equação (18):

$$\phi_B = k_0 \delta n_B d, \quad (2.1)$$

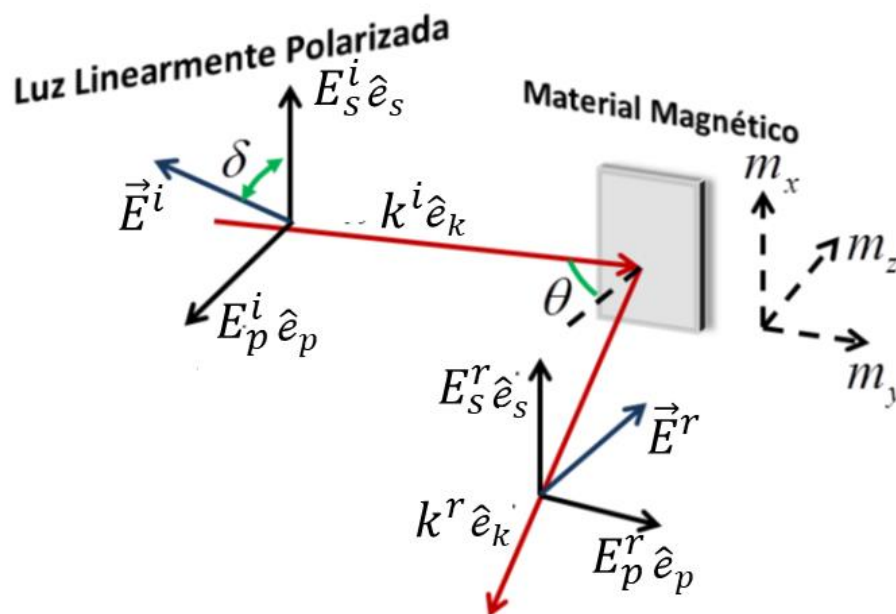
em que k_0 é o número de onda no vácuo, d é a espessura do material magnético e δn_B é a variação no índice de refração do material devido a presença de um campo magnético.

É condição necessária para a geração do Efeito Faraday que ao menos parte do campo magnético externo e a propagação da onda estejam na mesma direção. Entretanto, o sentido de propagação da onda não altera o efeito, dessa forma, uma onda que faz o percurso de ida e volta, no cristal da Figura 2, tem uma rotação Faraday de $2\phi_B$.

2.1.2 Efeito Kerr

Similarmente ao Efeito Faraday, o Efeito Kerr magneto-óptico tem como resultado a variação da polarização da onda, porém devido a reflexão da onda em um material magnetizado. A Figura 3 é uma ilustração do Efeito Kerr, onde é possível observar uma onda polarizada linearmente tendo seu estado de polarização alterado após a reflexão em uma superfície magnetizada, onde e_s e e_p indicam as direções das polarizações do campo ortogonal e paralela ao plano de incidência, respectivamente, e e_k a direção da propagação da onda.

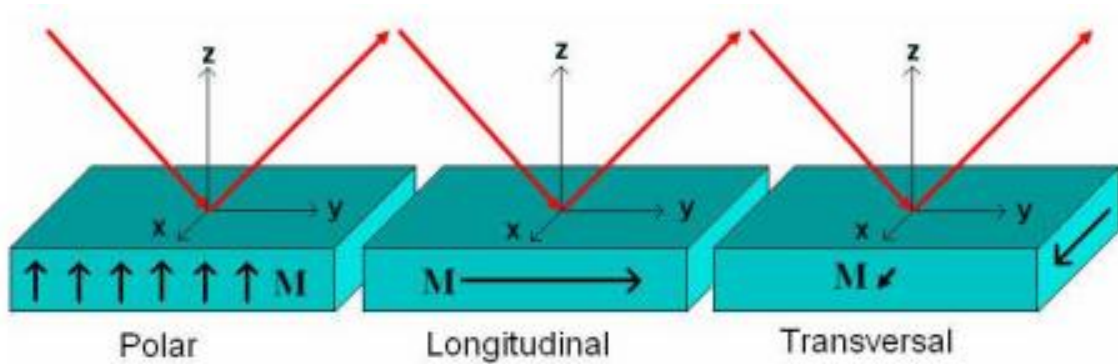
Figura 3 - Modulação da polarização de uma onda por Efeito Kerr.



Fonte: O Autor, 2019.

O Efeito Kerr pode ser classificado em três configurações, sendo essa classificação relacionada a direção da magnetização do material com respeito ao plano de incidência da onda e superfície de incidência do material. Essas configurações são conhecidas como Polar, Transversal e Longitudinal (19). A configuração Polar tem a magnetização do material ortogonal à superfície de incidência da onda, a Transversal tem a magnetização ortogonal ao plano de incidência e a Longitudinal tem a magnetização paralela a esses dois planos. As ilustrações para essas configurações são apresentadas na Figura 4.

Figura 4 - Configurações do efeito Kerr magneto-óptico (19).



Fonte: Gomes, 2009.

Como dito anteriormente, o efeito Kerr magneto-óptico descreve a modulação da luz refletida em um material magnetizado. Logo, esse ângulo Kerr possui uma parte real, conhecida como rotação Kerr, e outra parte imaginária, conhecida como elipsidade Kerr. Além disso, no caso da espessura do material ser suficientemente maior que o comprimento de penetração da onda no material, o ângulo Kerr pode ser relacionado com os coeficientes de Fresnel para uma luz polarizada inicialmente em e_s ou e_p , ou seja (3)

$$\varphi_s = \text{Re}(\varphi_s) + j \text{Im}(\varphi_s) = \text{arctg} \left(\frac{r_{ps}}{r_{ss}} \right); \quad (2.2a)$$

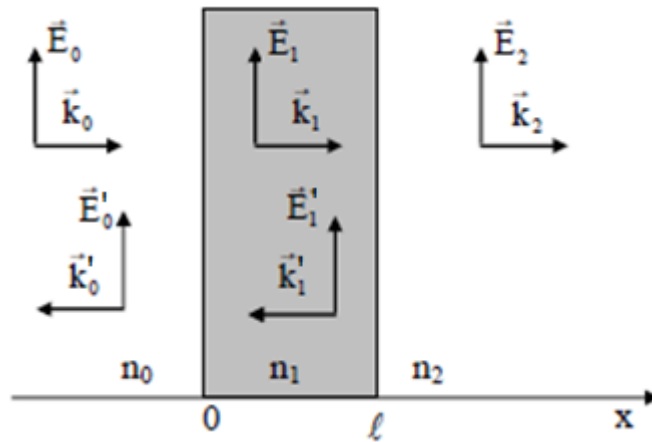
$$\varphi_p = \text{Re}(\varphi_p) + j \text{Im}(\varphi_p) = \text{arctg} \left(\frac{r_{sp}}{r_{pp}} \right). \quad (2.2b)$$

No caso de espessuras do material menores que o comprimento de penetração, as equações de (2.2) não são válidas, pois surgem efeitos de interferência que modificam os coeficientes de Fresnel. Esses efeitos de interferência serão abordados na seção seguinte.

2.1.3 Etalon

Denomina-se Etalon uma estrutura que contém um filme transparente entre duas superfícies refletoras, tal como é visto na Figura 5, onde há três meios, de índices de refração n_0, n_1 e n_2 . Também estão dispostas as orientações dos vetores de onda dos campos elétricos, \vec{E}_0 , incidente; \vec{E}'_0 , total refletido; \vec{E}_1 e \vec{E}'_1 , totais propagando-se no filme; \vec{E}_2 , total transmitido.

Figura 5 - Geometria dos campos elétricos para a determinação das condições de contorno (20).



Fonte: Zilio, 2009.

O cálculo dos campos refletidos e transmitidos pode ser feito através das condições de contorno para os campos elétricos, \vec{E} , e magnéticos, \vec{H} , nas interfaces do filme:

$$\text{em } x = 0: \quad \begin{cases} E_0 + E'_0 = E_1 + E'_1 \\ H_0 - H'_0 = H_1 - H'_1 \end{cases} \quad (2.3a)$$

$$\text{em } x = \ell: \quad \begin{cases} E_1 e^{ik_1 x} + E'_1 e^{-ik'_1 x} = E_2 e^{ik_2 x} \\ H_1 e^{ik_1 x} - H'_1 e^{-ik'_1 x} = H_2 e^{ik_2 x} \end{cases} \quad (2.3b)$$

ainda, usando a relação $H = nE/\mu c$ nas Equações (2.3a) e (2.3b), é possível chegar na equação matricial (20):

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} \rho = \begin{pmatrix} \cos k_1 \ell & -\left(\frac{i}{n_1}\right) \text{sen } k_1 \ell \\ -in_1 \text{sen } k_1 \ell & \cos k_1 \ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_2 \end{pmatrix} \tau = M \begin{pmatrix} 1 \\ n_2 \end{pmatrix} \tau, \quad (2.4)$$

em que $\rho = E'_0/E_0$ é o coeficiente de reflexão, $\tau = E_2/E_0$ é o coeficiente de transmissão e M é chamada de matriz de transferência de um filme com índice de refração n_1 . Essa equação pode ser generalizada para N filmes:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} \rho = M_1 M_2 M_3 \dots M_N \begin{pmatrix} 1 \\ n_{N+1} \end{pmatrix} \tau, \quad (2.5)$$

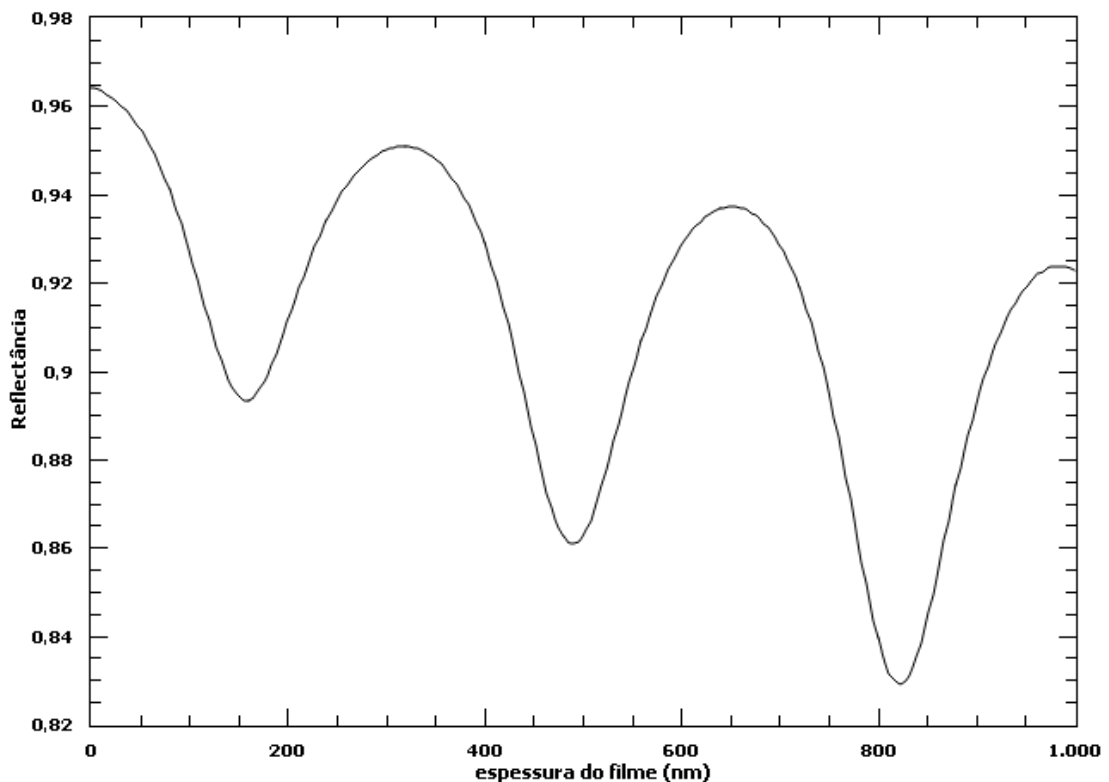
sendo $M_1 M_2 M_3 \dots M_N = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ a matriz de transferência para N filmes. Então, da igualdade matricial da equação (2.5) obtém-se (20):

$$\rho = \frac{An_0 + Bn_{N+1}n_0 - C - Dn_{N+1}}{An_0 + Bn_{N+1}n_0 + C + Dn_{N+1}}; \quad (2.6a)$$

$$\tau = \frac{2n_0}{An_0 + Bn_{N+1}n_0 + C + Dn_{N+1}}. \quad (2.6b)$$

Com esse formalismo é possível obter a dependência da refletância com a espessura do filme, em que $R = |\rho|^2$. Tendo a onda incidente um comprimento de onda de 1550 nm, e sendo n_0 o índice de refração da sílica, n_1 o índice do Ce:YIG e n_3 o índice do alumínio, obtém-se o resultado da Figura 6.

Figura 6 - Gráfico da Reflectância em função da espessura do filme de Ce:YIG.



Fonte: O Autor, 2019.

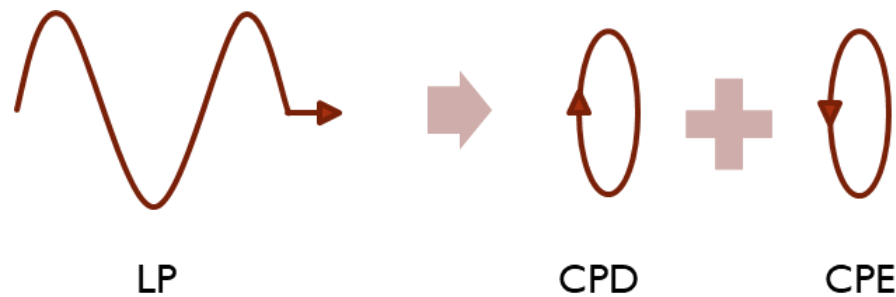
As oscilações mostradas na Figura 6 ocorrem devido a interferência entre as ondas, tendo em vista o efeito de cavidade formado pela estrutura do Etalon. A diminuição nos picos de refletância são consequências da pequena parte imaginária do índice de refração do Ce:YIG. No capítulo 3, será tratada essa informação sobre o

Ce:YIG entre outras características importantes, que o levou a ser estudado nesse trabalho.

2.2 Formalismo matemático

Um dos pioneiros a descobrir a explicação para os efeitos magneto-ópticos foi Maxwell. Sabendo que uma luz linearmente polarizada pode vista como uma junção de duas ondas circularmente polarizadas, uma à direita e outra à esquerda, como mostra a Figura 7, Maxwell propôs que a rotação do plano de polarização da luz, observada por Faraday, se dava devido à diferença entre os índices de refração para polarização circular à direita e à esquerda, onde essa birrefringência é causada devido a magnetização do material em que a onda eletromagnética incide (21). A argumentação matemática pra isso está ligada a permissividade elétrica do material.

Figura 7 - uma onda com polarização linear pode ser vista como duas ondas com polarização circular.



Fonte: O Autor, 2019.

O tensor permissividade elétrica pode ser dividido em uma parte simétrica e outra parte antissimétrica, já que cada elemento da matriz pode ser escrito como $\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji})/2 + (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji})/2$. Fazendo uma diagonalização apropriada, a parte simétrica do tensor não irá contribuir para o efeito magneto-óptico, então o efeito dependerá apenas da parte antissimétrica do tensor permissividade, que pode ser escrito da seguinte forma (4, 22):

$$\tilde{\varepsilon}' = \varepsilon \begin{pmatrix} 1 & jQ_z & -jQ_y \\ -jQ_z & 1 & jQ_x \\ jQ_y & -jQ_x & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

em que ε é a permissividade elétrica do material sem estar magnetizado e $\mathbf{Q} = (Q_x, Q_y, Q_z)$ é o vetor magneto-óptico de Voigt, e é função da frequência da onda e do

campo magnético induzido (23). Considerando que a onda incidente no material está no regime de frequências ópticas, têm-se as equações de Maxwell (3)

$$\mathbf{k}' \cdot \mathbf{E} + j\mathbf{k} \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{Q}) = 0 \quad (2.8a)$$

$$\mathbf{k}' \times \mathbf{E} = \frac{\omega}{c} \mathbf{H} \quad (2.8b)$$

$$\mathbf{k}' \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.8c)$$

$$\mathbf{k}' \times \mathbf{H} = -\frac{\omega\varepsilon}{c} (\mathbf{E} + j\mathbf{E} \times \mathbf{Q}) \quad (2.8d)$$

em que \mathbf{k}' é o vetor propagação da onda eletromagnética no meio magnetizado, ω é a frequência angular, c é a velocidade da luz no vácuo, \mathbf{E} é o campo elétrico e \mathbf{H} é o campo magnético.

Das Equações (2.8), é possível obter as equações de onda para as ondas com polarização s, ortogonal ao plano de incidência, e p, paralela ao plano de incidência; então considerando a base (e_s, e_p, e_k) , formada pelos versores da Figura 3, essas equações têm a forma (3)

$$\left(\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2} - k'^2\right) E_s + \frac{j\omega^2\varepsilon\mathbf{Q}\cdot\mathbf{e}_k}{c^2} E_p = 0; \quad (2.9a)$$

$$-\frac{j\omega^2\varepsilon\mathbf{Q}\cdot\mathbf{e}_k}{c^2} E_s + \left(\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2} - k'^2\right) E_p = 0, \quad (2.9b)$$

daí pode-se obter os dois modos normais de propagação para o material magnetizado, que são polarizações circulares com

$$\varepsilon_{\pm} = \varepsilon(1 \pm \mathbf{Q} \cdot \mathbf{e}_k); \quad (2.10)$$

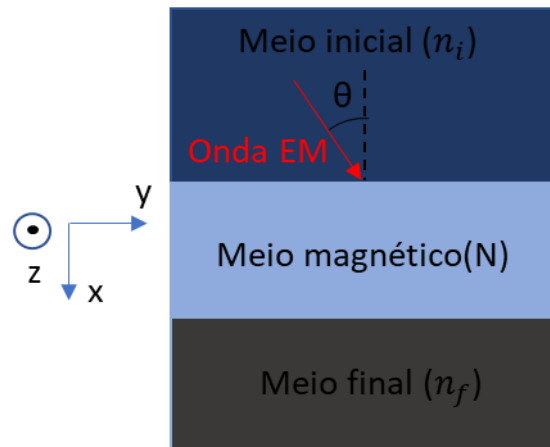
Sendo o índice (+) para polarização circular à direita e o (-) à esquerda. Também é possível, fazendo uma aproximação de primeira ordem em \mathbf{Q} na equação (2.10), já que Q é bem menor que 1, expressar esse resultado em termos de índice de refração:

$$N_{\pm} = N\left(1 \pm \frac{1}{2}\mathbf{Q} \cdot \mathbf{e}_k\right). \quad (2.11)$$

Do ponto de vista macroscópico é essa diferença do índice de refração para as polarizações circulares que causa os efeitos Faraday e Kerr magneto-óptico.

O formalismo de Fresnel pode ser usado para descrever os campos refletidos e transmitidos numa estrutura como a da Figura 8, onde os meios inicial e final são não magnéticos e seus respectivos índices de refração são n_i e n_f . Entre os materiais não magnéticos, é colocada uma camada magnética, cujo índice de refração é N . Por fim, θ é o ângulo de incidência da onda eletromagnética no meio material inicial com a reta normal à interface.

Figura 8 - Modelo físico para estrutura de bulk do transdutor.



Fonte: O Autor, 2019.

Para desenvolver o formalismo de Fresnel, é necessário aplicar as condições de contorno nas interfaces dos meios materiais envolvidos aos campos elétrico e magnético, que compõem as ondas eletromagnéticas incidente, refletida e transmitida na interface. Em meios materiais birrefringentes, definem-se os campos elétricos nos meios materiais inicial e final da seguinte forma (3):

$$P_i = \begin{pmatrix} E_s^i \\ E_p^i \\ E_s^r \\ E_p^r \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} E_s^i \\ E_p^i \\ r_{ss}E_s^i + r_{sp}E_p^i \\ r_{ps}E_s^i + r_{pp}E_p^i \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

e

$$P_f = \begin{pmatrix} E_s^i \\ E_p^i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} t_{ss}E_s^i + t_{sp}E_p^i \\ t_{ps}E_s^i + t_{pp}E_p^i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

em que r e t são os coeficientes de Fresnel para reflexão e transmissão da luz, E^i e E^r são os campos elétricos incidente e refletido.

A camada de material magnético, representada na região intermediária da Figura 8, é descrita pela seguinte expressão (3):

$$M = A_m^{-1} D_m A_m \quad (2.14)$$

em que M é uma matriz quadrada de ordem 4 que depende de parâmetros ópticos e magnéticos. Sendo A , a matriz quadrada de contorno do meio material; e D , a matriz quadrada de propagação da luz no meio material.

Considerando a seguinte igualdade:

$$A_i P_i = A_m^{-1} D_m A_m A_f P_f, \quad (2.15)$$

tem-se que

$$P_i = T P_f. \quad (2.16)$$

Logo,

$$T = A_i^{-1} A_m^{-1} D_m A_m A_f \equiv \begin{pmatrix} G & H \\ I & J \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

em que

$$A_{i,f} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_z & 0 & -\alpha_z \\ 0 & -n_{i,f} & 0 & -n_{i,f} \\ \alpha_z n_{i,f} & 0 & -\alpha_z n_{i,f} & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_z = \cos \theta. \quad (2.18)$$

G , H , I e J são matrizes quadradas de ordem 2, como pode ser observado na Equação (2.17). Para obter os coeficientes de Fresnel da transmissão e da reflexão, basta fazer uso das matrizes G e I , de forma que (3)

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} t_{ss} & t_{sp} \\ t_{ps} & t_{pp} \end{pmatrix}; \quad I G^{-1} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

A quantidade de luz refletida em uma polarização é modulada pelo material magnetizado. A definição da reflectância em escala linear é descrita por

$$R \equiv \left| \frac{E_r}{E_0} \right|^2, \quad (2.20)$$

em que E_0 é a magnitude do campo elétrico da fonte de luz. Para analisar os efeitos Faraday e Kerr magneto-óptico, a reflectância é descrita pelas matrizes de componentes ópticos e do material magnético, ou seja,

$$R = \begin{pmatrix} R_s \\ R_p \end{pmatrix} = |P_{out} I G^{-1} P_{in} \tilde{u}|^2, \quad (2.21)$$

em que

$$P_{in,out} = \begin{pmatrix} \cos \delta & 0 \\ 0 & \sin \delta \end{pmatrix}; 0^\circ \leq \delta \leq 90^\circ \quad (2.22)$$

e

$$\tilde{u} \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

sendo $P_{in,out}$, a matriz dos polarizadores de entrada e saída da luz polarizada no plano (e_s, e_p) e, \tilde{u} , o vetor que define a orientação do campo elétrico da fonte de luz no plano (e_s, e_p) .

Atendendo ao propósito deste trabalho, a configuração da magnetização do material magnético é a polar. A matriz que configura cada material, Equação (2.14), é descrita por (22)

$$(A^{-1}DA)_{polar} = \begin{pmatrix} c & -j \frac{s\sigma}{\alpha_z} & \frac{Qs}{2N\alpha_z} - \frac{c\sigma}{N} & -j \frac{s}{\alpha_z N} \\ j s \sigma \alpha_z & c & j \frac{\alpha_z s}{N} & \frac{Qs}{2N\alpha_z} - \frac{c\sigma}{N} \\ \frac{QN_s}{2\alpha_z} + Nc\sigma & j \frac{Ns}{\alpha_z} & c & -j \frac{s\sigma}{\alpha_z} \\ -j \alpha_z Ns & \frac{QN_s}{2\alpha_z} + nc\sigma & j \alpha_z s \sigma & c \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

em que

$$c = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} Nd\alpha_z\right); s = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} Nd\alpha_z\right); \sigma = \frac{\pi}{\lambda} NQd, \quad (2.25)$$

onde d é a espessura da camada magnética, λ é o comprimento de onda da luz. Note que, sem perda de generalidade, ou seja, para multicamadas magnéticas, basta

multiplicar a Equação (2.24) tantas vezes quanto o número de camadas, de acordo com a Equação (2.14), respeitando as características de cada material magnético.

3 GRANADA DE FERRO E ÍTRIO

Filmes de Granada são materiais com estrutura cristalina que, em geral, possuem baixa absorção (8). Dentre as granadas, uma das que tem a menor absorção na faixa de frequências ópticas é a Granada de Ferro e Ítrio (YIG) (24), além disso, esses filmes de granada podem ser dopados com intuito de aumentar o efeito magneto-óptico neles. Sendo assim, na Seção 3.1 são abordadas as características do YIG, e, na Seção 3.2 o efeito de dopagem com cério (Ce) na sua resposta magneto-óptica.

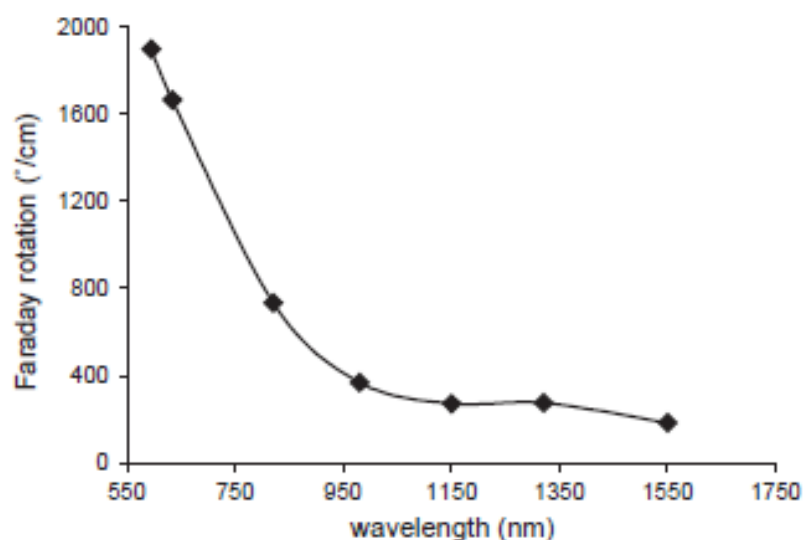
3.1 Características do YIG

Por ser uma granada artificial, dependendo da forma de fabricação, o YIG pode ter variações nas suas propriedades. Parâmetros como tempo de aquecimento, temperatura de aquecimento, forma de deposição, substrato afetam a estrutura do material. Portanto o método de fabricação afeta diretamente nas propriedades como permissividade elétrica, índice de refração, campo coercivo, magnetização de saturação e, conseqüentemente, na rotação Faraday no material (7, 25).

O YIG é um material ferrimagnético, que possui magnetização remanescente próxima de zero. Além disso, geralmente, sua magnetização é proporcional à campos moderados, próximos ao campo de saturação.

Como visto na Equação (2.1), há uma dependência da rotação faraday com o comprimento de onda da onda incidente. Essa relação foi observada experimentalmente no trabalho de Boudiar et. al. (6). Na Figura 9 é possível ver como a rotação faraday perde intensidade com o aumento do comprimento de onda.

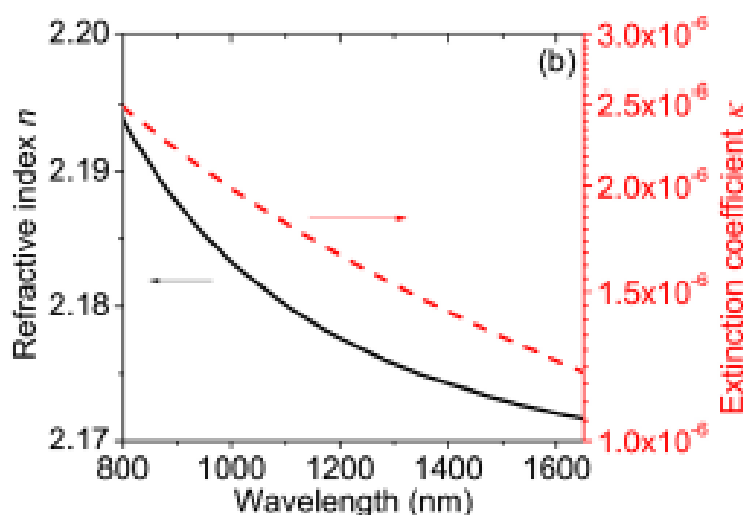
Figura 9 - Rotação Faraday versus comprimento de onda para a amostra aquecidas à 740 °C e $H = 5000$ Oe depositada em substrato de quartzo (6).



Fonte: Boudiar, 2004.

Porém a absorção do YIG para a faixa do visível e infravermelho próximo é muito pequena. Goto, Onbash e Ross produziram filmes de YIG, e obtiverem o coeficiente de extinção comprovando a baixa absorção do YIG na faixa de frequências ópticas (24), como pode ser visto na Figura 10.

Figura 10 - Espectro do índice de refração e coeficiente de extinção do YIG

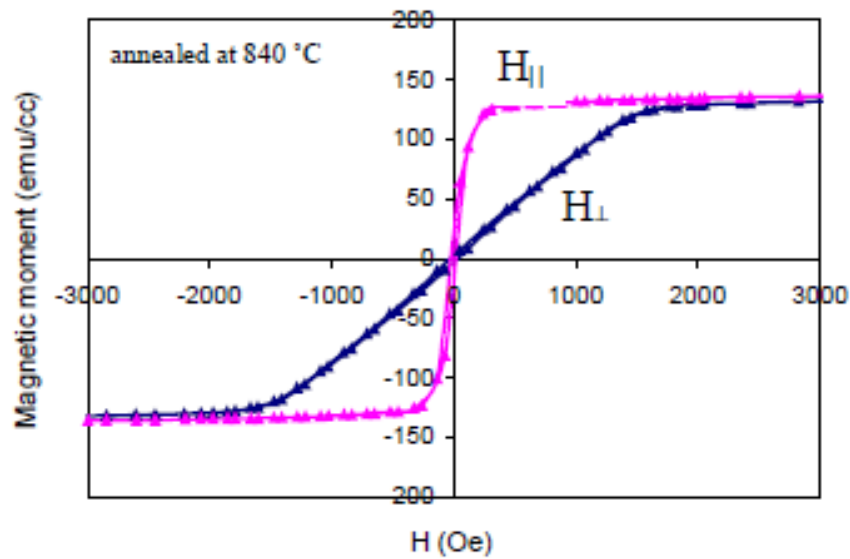


Fonte: Goto; Onbash e Ross, 2012.

O comportamento magnético do YIG pode ser visto na curva de histerese da Figura 11 obtida por Boudiar et. al. (6). Nessa figura, observa-se a diferença entre a magnetização no plano, ocasionada pelo campo paralelo à superfície do filme (H_{\parallel}), e

a magnetização fora do plano, ocasionada pelo campo perpendicular à superfície do filme (H_{\perp}). A magnetização perpendicular ao filme é sensível a um maior intervalo de campo, o que evidencia a vantagem de usar a configuração polar para a construção de um sensor de campo magnético. Além disso, é possível observar na Figura 11, o comportamento linear da magnetização perpendicular com o campo magnético.

Figura 11 - Curvas de histerese magnética de filmes YIG em substratos de quartzo em orientação longitudinal e perpendicular (6).



Fonte: Boudiar, 2004.

Usando esses dados sobre o YIG e a teoria do Efeito Faraday, pode-se calcular a constante magneto-óptica do material, que é um parâmetro muito importante para os cálculos dos efeitos magneto-ópticos (1).

3.1.1 Constante magneto-óptica

Para materiais ferrimagnéticos o efeito magneto-óptico é proporcional a magnetização do filme (1). Dessa forma, considerando que o filme é magnetizado apenas na direção do eixo x do plano cartesiano, o tensor permissividade da Equação (2.7) pode ser escrito como:

$$\tilde{\epsilon}' = \epsilon \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & jm_x Q_0 \\ 0 & -jm_x Q_0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

em que m_x é a magnetização normalizada e Q_0 é a constante magneto-óptica do material; então considerando uma configuração polar com incidência normal, o índice de refração para o material magnetizado, expresso na Equação (2.11), se torna

$$N_{\pm} = N(1 \pm \frac{1}{2}m_x Q_0). \quad (3.2)$$

Utilizando esse resultado da Equação (3.2) na Equação (2.1), onde $\delta n_B = (N_+ - N_-)/2$, é relacionado a rotação Faraday com a constante magneto-óptica:

$$\phi_B = \frac{\pi d N m_x Q_0}{\lambda}. \quad (3.3)$$

Para o material com magnetização saturada, $m_x = 1$, é possível obter a constante magneto-óptica com a seguinte expressão:

$$Q_0 = \frac{\lambda \phi_{B,sat}}{\pi d N}, \quad (3.4)$$

sendo $\phi_{B,sat}$ a rotação Faraday para o material com magnetização saturada. Apesar de pequeno, o YIG possui coeficiente de extinção, logo $N = n + j\kappa$; em que $\kappa \ll n$, desta forma a constante magneto-óptica pode ser escrita como

$$Q_0 = \frac{\lambda \phi_{B,sat}}{\pi d n} - j \frac{\kappa \lambda \phi_{B,sat}}{\pi d n^2}. \quad (3.5)$$

Para um comprimento de onda da luz de 1550 nm , a rotação Faraday na saturação é de $250 \text{ }^\circ/\text{cm}$ e $N = 2,17 + j1,3 \times 10^{-6}$ (24). Assim, a constante magneto-óptica do YIG assume o valor de $5,68 \times 10^{-3} - j3,40 \times 10^{-9}$.

Como foi citado no início desta seção, dependendo da forma de preparação do YIG pode-se ter alterações nos valores dos seus parâmetros, no entanto, nada que seja muito distante dos valores aqui apresentados. Além disso, é possível fazer dopagens no YIG, o que traz diferenças consideráveis na resposta magneto-óptica em relação com YIG puro.

3.2 YIG dopado com cério

Com a intenção de potencializar os efeitos magneto-ópticos no YIG muitos pesquisadores dopam o YIG. Dentre os elementos mais usados na dopagem está o cério (Ce), devido aos bons resultados em relação ao aumento da rotação Faraday na

faixa do infravermelho próximo obtidos com o Ce:YIG (9, 24). Block et. al. fizeram experimentos com Bi:YIG, dopagem com Bismuto, e Ce:YIG, dopagem com Cério, e observaram que o Ce:YIG fornece uma rotação faraday de 3700 %/cm, bem maior que os 1700 %/cm do Bi:YIG, para um comprimento de onda de 1550 nm (8).

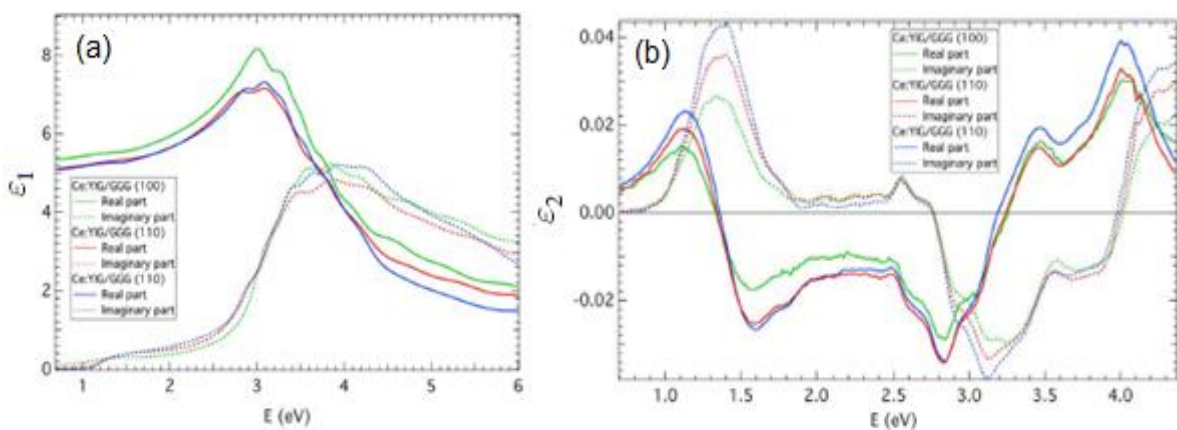
Considerando o material com magnetização saturada, o tensor permissividade elétrica da Equação (3.1) pode ser escrito como

$$\tilde{\varepsilon}' = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & j\varepsilon_2 \\ 0 & -j\varepsilon_2 & \varepsilon_1 \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

em que $\varepsilon_1 = \varepsilon$ e $\varepsilon_2 = \varepsilon Q_0$. Os resultados para ε_1 e ε_2 do Ce:YIG, obtidos por Onbasli et. al. (9), estão na Figura 12, onde é possível ver pela parte imaginária de ε_1 que a absorção do Ce:YIG também é pequena para faixa de frequências ópticas. Dessa forma, também é possível encontrar a constante magneto-óptica pela expressão

$$Q_0 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (3.7)$$

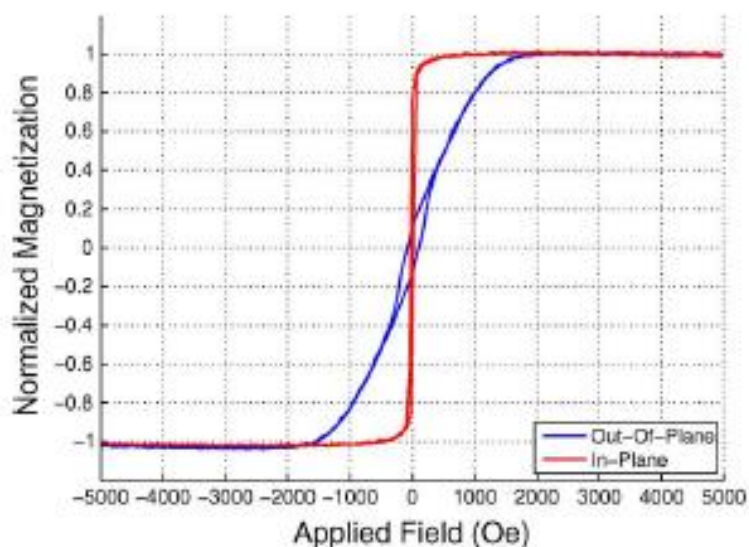
Figura 12 - (a) Dependência espectral de elementos de permissividade diagonal, ε_1 , de três amostras de Ce: YIG em substratos GGG. (b) Dependência espectral de elementos de permissividade fora da diagonal, ε_2 , de três amostras de Ce: YIG em substratos GGG (9).



Fonte: Onbasli et al, 2016.

A magnetização de saturação para o Ce:YIG, na direção normal ao plano do filme é alcançada para campos em torno de 2000 Oe (8, 24). A Figura 13 mostra as curvas para magnetização no plano e fora do plano da superfície do filme.

Figura 13 - Curva de magnetização do Ce:YIG [8].



Fonte: Block et al, 2014.

Essas curvas de magnetização, tanto do YIG como do Ce:YIG, permitem observar que são pequenos o campo coercivo e a magnetização remanescente desses materiais. Isso é muito interessante para um sensor de campo magnético, que depende da magnetização do material. Note que, no caso de um material ferro magnético, com magnetização remanescente alta, mesmo sem campo o material pode estar consideravelmente magnetizado, o que pode levar a uma medida errada do campo externo e diminuir a sensibilidade do sensor.

Utilizando a Equação (3.5) e considerando a rotação Faraday de -1100 $^{\circ}$ /cm e $N = 2,25 + j8,3 \times 10^{-5}$ para o Ce:YIG (24), é obtida a constante magnética com valor de $-2,41 \times 10^{-2} + j8,90 \times 10^{-7}$, que é maior do que a obtida para o YIG. Devido a maior sensibilidade para efeitos magneto-ópticos do YIG dopado com Cério, ele foi escolhido para modelagem do transdutor.

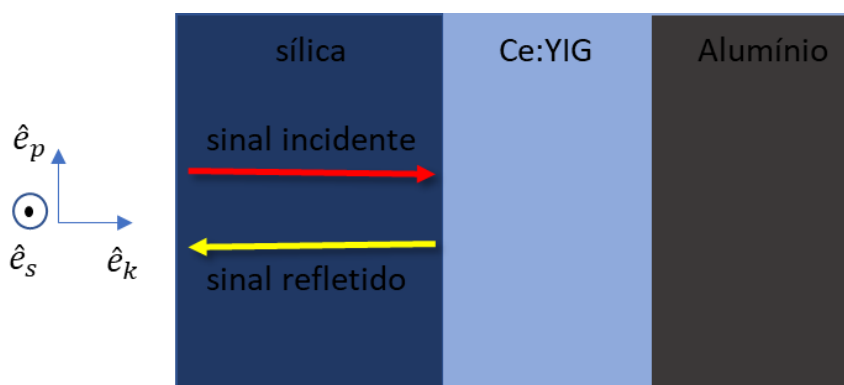
4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Neste capítulo, são desenvolvidas as modelagens analítica e numérica do modelo físico do transdutor. Para tal, foram utilizados os *softwares* MATLAB para a modelagem analítica, e o COMSOL multiphysics para a numérica. Na Seção 4.1, é mostrada a estrutura de *bulk* que foi usada para a modelagem analítica. Em seguida, na Seção 4.2, é apresentada a modelagem numérica através do COMSOL, que usa o método dos elementos finitos.

4.1 Modelagem analítica

Usando o formalismo da Seção 2.2, foi possível simular o transdutor baseado no perfil mostrado na Figura 14. Observe que se trata de uma estrutura *bulk*, onde a camada de sílica representa o núcleo de uma fibra óptica, o material magnético que foi escolhido é o Ce:YIG e o alumínio foi utilizado como material refletor.

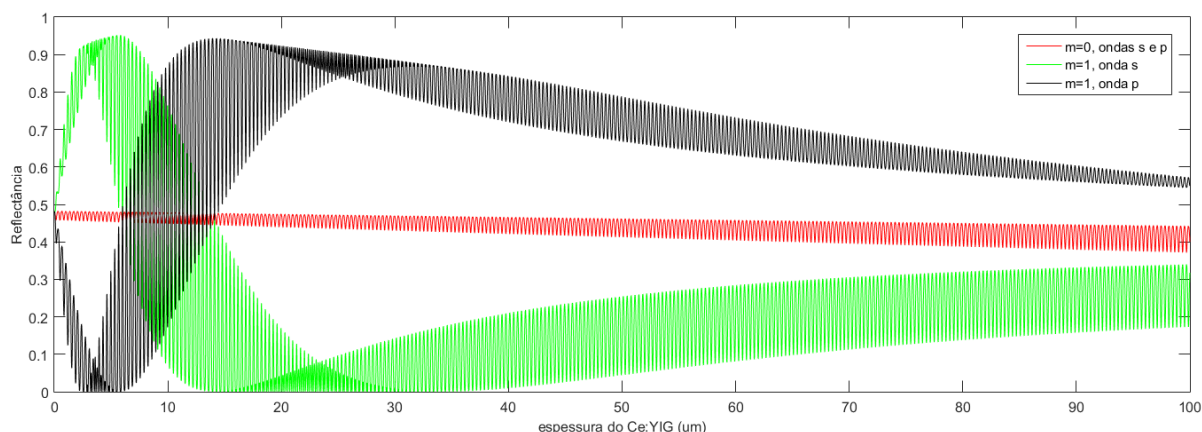
Figura 14 - Elemento transdutor do sensor à fibra óptica de campo magnético.



Fonte: O Autor, 2019.

Utilizando a Equação (2.21), pode-se, por meio de reflexão da luz, analisar a modulação do sinal óptico devido à magnetização do filme ferrimagnético inserido num campo magnético externo H . Ainda, utilizando a mesma equação é possível obter a dependência da reflexão de cada polarização da onda, p e s, com a espessura do filme ferrimagnético, para níveis determinados de magnetização do material. A Figura 15 mostra os resultados para um intervalo de 0 a 100 μm para a espessura do filme de Ce:YIG, considerando uma incidência normal da luz à superfície do filme, e com polarização de 45° , ou seja, $E_s = E_p$. O resultado foi gerado pela transposição da modelagem analítica em linguagem *Matrix Laboratory* (MATLAB).

Figura 15 - Reflectância das ondas p e s em função da espessura do filme de Ce:YIG (0-100 μm), para o material sem magnetização e com magnetização saturada.



Fonte: O Autor, 2019.

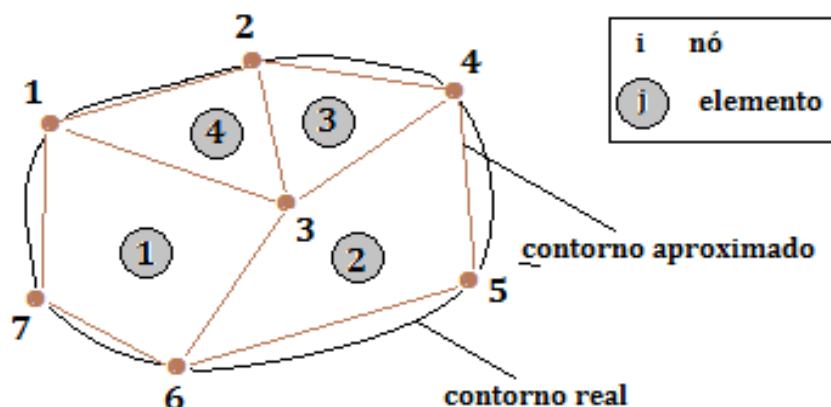
Observe pela Figura 15 que há um somatório de efeitos: o efeito magneto-óptico que causa a modulação do sinal, e o efeito de cavidade, que intensifica ou diminui a modulação do sinal dependendo da espessura do filme de Ce:YIG, já que essa espessura determina se há uma interferência construtiva ou destrutiva no etalon formado pela estrutura. O algoritmo usado para gerar esse resultado é descrito e comentado no Apêndice A.

4.2 Modelagem numérica

O método usado para a modelagem numérica é o método de elementos finitos (MEF), que é utilizado em grande parte dos *softwares* de modelagem de problemas físicos, já que ele se aplica a vários modelos físicos devido à generalidade de seu algoritmo de programação, onde é necessário apenas delimitar domínios e fornecer condições de contorno e de valores iniciais. Além disso, o MEF se adapta bem a modelos físicos complexos (26).

O MEF consiste na discretização de um domínio geométrico mais complexo em várias partes menores, de geometria simples. A Figura 16 mostra um exemplo de domínio com geometria irregular, que foi discretizada em um número finito de elementos triangulares e quadrangulares.

Figura 16 - Contorno irregular onde é inserida uma malha (formado por nós e elementos) [26].



Fonte: Shadiku, 2004.

Com o domínio discretizado, é feita uma aproximação para o potencial dentro de cada elemento, onde o potencial em toda região é descrito por

$$V(x, y) = \sum_{j=1}^N V_j(x, y), \quad (4.1)$$

em que N é o número de elementos e V_j é o potencial dentro do j -ésimo elemento.

Em geral, a forma usada para aproximar o potencial V_j é por meio da aproximação polinomial, onde são usados os seguintes tipos de elementos (27):

$$V_j(x, y) = \begin{cases} a + bx + cy(\text{triangular}); \\ a + bx + cy + dxy(\text{quadrangular}), \end{cases} \quad (4.2)$$

onde a , b , c e d são constantes.

Para o problema apresentado na Figura 16, o potencial V_j é nulo fora do elemento e varia linearmente no seu interior, ou seja, equivale dizer que o campo elétrico no interior do elemento E_j é uniforme. Assim, tem-se que

$$\vec{E}_j(x, y) = -\vec{\nabla}V_j(x, y). \quad (4.3)$$

Logo, pode-se concluir que, quanto menor os elementos da malha do domínio, melhor é o resultado obtido, já que, considerando uma região muito pequena, o campo elétrico é aproximadamente uniforme.

Os próximos passos na utilização do MEF são: i) Encontrar as equações que relacionam os nós de cada elemento; ii) obter o sistema que conecta todos os elementos do domínio e, por fim, iii) encontrar a solução do sistema obtido. Esses passos são descritos com detalhes no trabalho de Silva (26). Os cálculos para obtenção de solução final por MEF estão baseados nos chamados nós fixos, que são os pontos onde o valor de entrada é dado pelo usuário, daí a necessidade das condições de contorno na utilização do método.

No mercado, já existem alguns *softwares* dedicados a modelagem de problemas físicos usando o método dos elementos finitos, onde através de interface gráfica o usuário define o domínio do seu modelo, e suas condições de contorno. Dentre esses, um que possui um bom desempenho e uma vasta área de aplicação é o COMSOL *multiphysics*.

O COMSOL é um *software* cujo seu código fonte é fechado, onde através de sua interface gráfica é possibilitado ao usuário: i) escolher a área da física trabalhada; ii) introduzir a geometria do problema; iii) caracterizar os materiais envolvidos na modelagem; iv) manipular as condições iniciais e de contorno da geometria proposta; v) escolher as características da malha traçada na geometria proposta e, por fim, vi) gerar os resultados. A versão do COMSOL utilizada para a modelagem do transdutor estudado nessa dissertação foi a 5.2, disponível no Laboratório de Instrumentação e Sensores da UFPE.

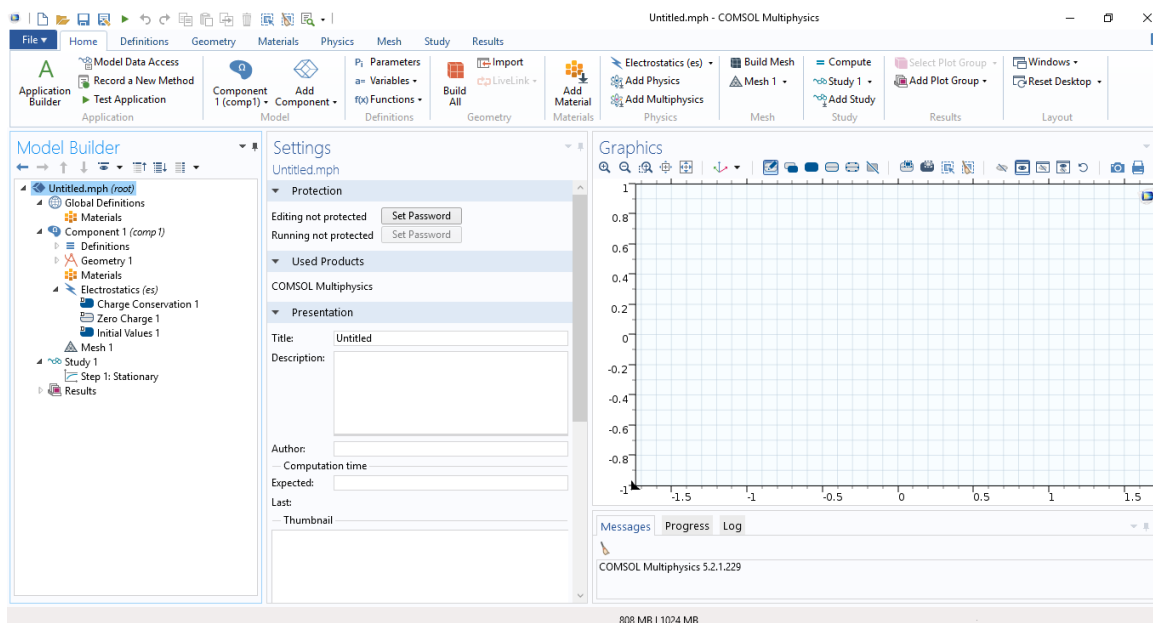
4.2.1 Modelagem no COMSOL Multiphysics

Como descrito anteriormente, na Seção 4.2, a modelagem no COMSOL é feita através de uma sequência de passos, que são descritos a seguir:

i) Escolhendo o Módulo de Trabalho:

Ao abrir o programa, o primeiro passo é clicar na opção “*Model Wizard*” e definir a dimensão do espaço 2D; em seguida, é escolhida a “física” do seu problema. Então o usuário será levado a uma janela como a da Figura 17.

Figura 17 - Interface do COMSOL para o módulo de eletrostática.



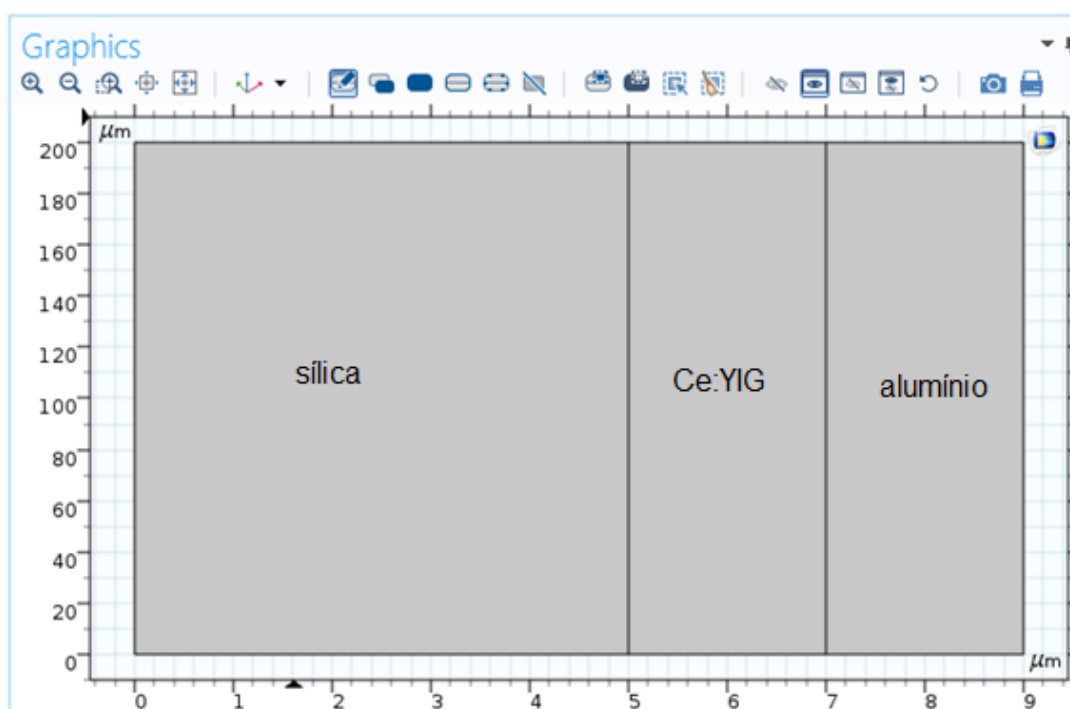
Fonte: O Autor,2019.

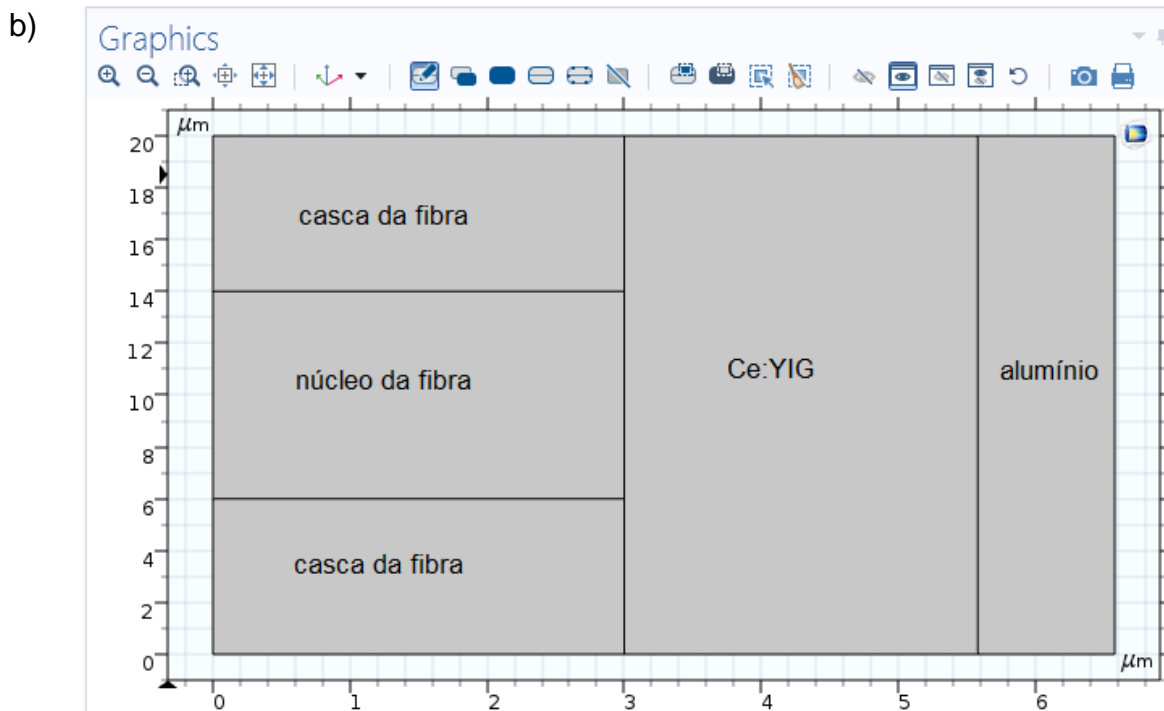
ii) Desenhando a Geometria do Problema:

A geometria no COMSOL é feita usando as próprias formas geométricas que estão disponíveis na aba “Geometry”. A Figura 18 mostra os domínios do modelo físico, para uma estrutura de bulk sílica/Ce:YIG/alumínio, e para uma estrutura contendo fibra óptica.

Figura 18 - Geometria do modelo físico no COMSOL para os modelos de a) bulk e b) fibra.

a)



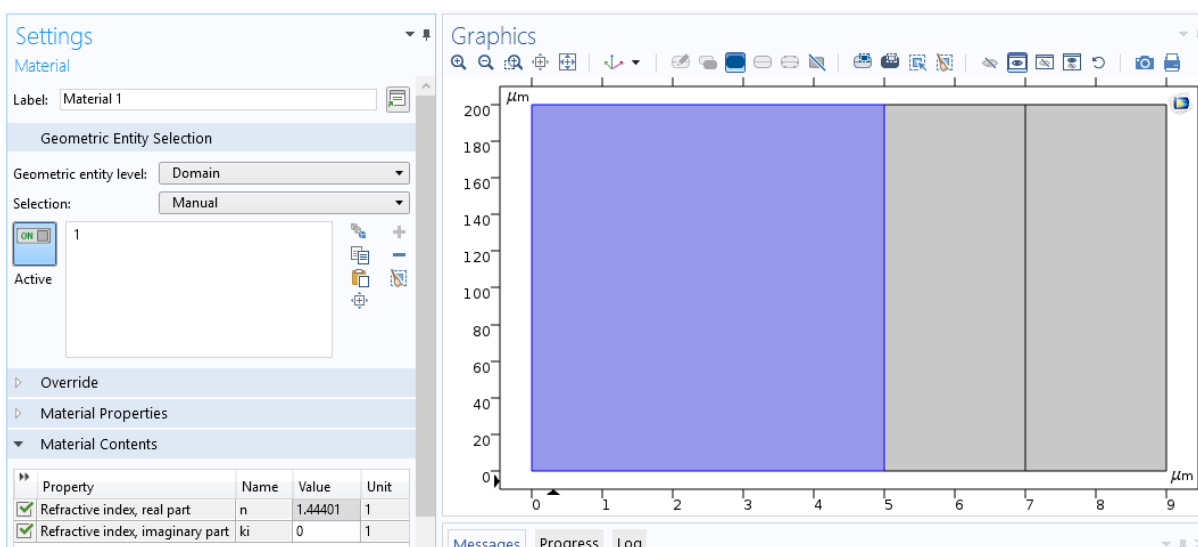


Fonte: O Autor,2019.

iii) Caracterizando as Regiões Definidas no COMSOL:

No COMSOL, a caracterização das regiões é realizada na aba “*Materials*”, onde a seleção das regiões é feita selecionando-as separadamente. Como exemplo, a Figura 19 ilustra a caracterização da região azulada como sílica, por meio de seu índice de refração.

Figura 19 - Caracterização de uma região no COMSOL.



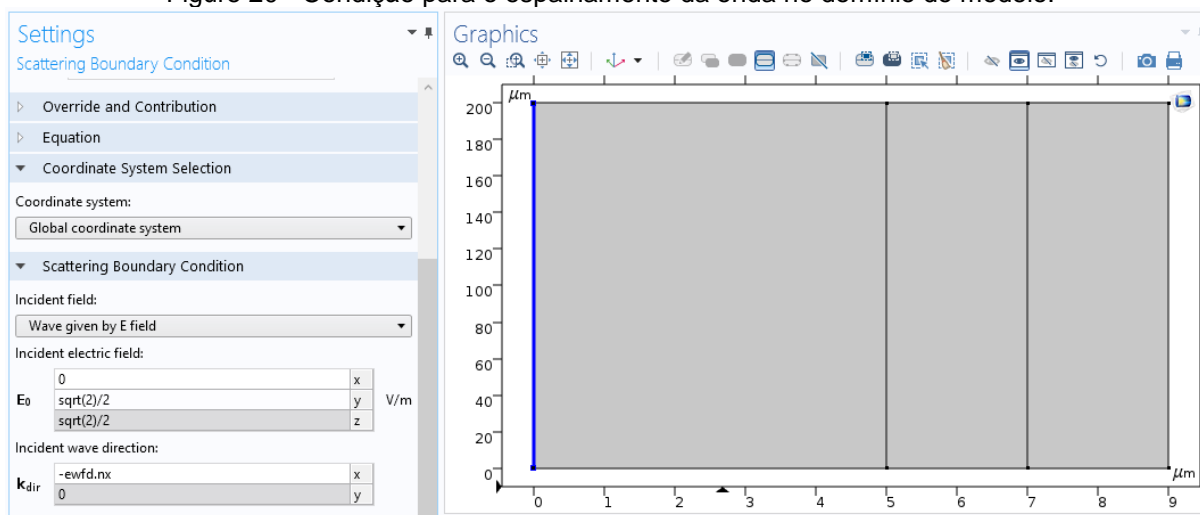
Fonte: O Autor,2019.

A caracterização da região referente ao alumínio é feita de forma semelhante a da sílica. Já a caracterização do Ce:YIG, devido a anisotropia causa pelo campo magnético, tem um procedimento diferente. Utilizando os comandos “Physics”>“Boundaries”>“Wave Equation, Electric” abrirá uma janela de configurações, nessa janela há uma lista referente a “Electric Displacement field model”, nela basta selecionar o modo “Dielectric Loss”, onde é aberta a opção para o usuário escolher a forma da permissividade relativa para o material, que, no caso deste estudo, é o tensor da Equação (3.1). Por fim, é selecionado a região que se quer aplicar a condição.

iv) Gerando as Condições de Valor Inicial e de Contorno:

Para o modelo proposto, basta entrar com a condição de valor inicial para a amplitude do campo elétrico da onda incidente. Isso é feito na aba “Physics”>“Boundaries”> “Scattering Boundary Condition”. Em seguida, na janela “settings”, pode ser atribuído amplitudes para o campo elétrico nas três dimensões do plano cartesiano e a sua direção de propagação. Na Figure 20, podem ser vistos os valores escolhidos para o campo de entrada, de forma que ele entra com uma polarização de 45° , e também a fronteira por onde o campo é espalhado (linha em azul).

Figure 20 - Condição para o espalhamento da onda no domínio do modelo.



Fonte: O Autor, 2019.

v) Gerando a Malha:

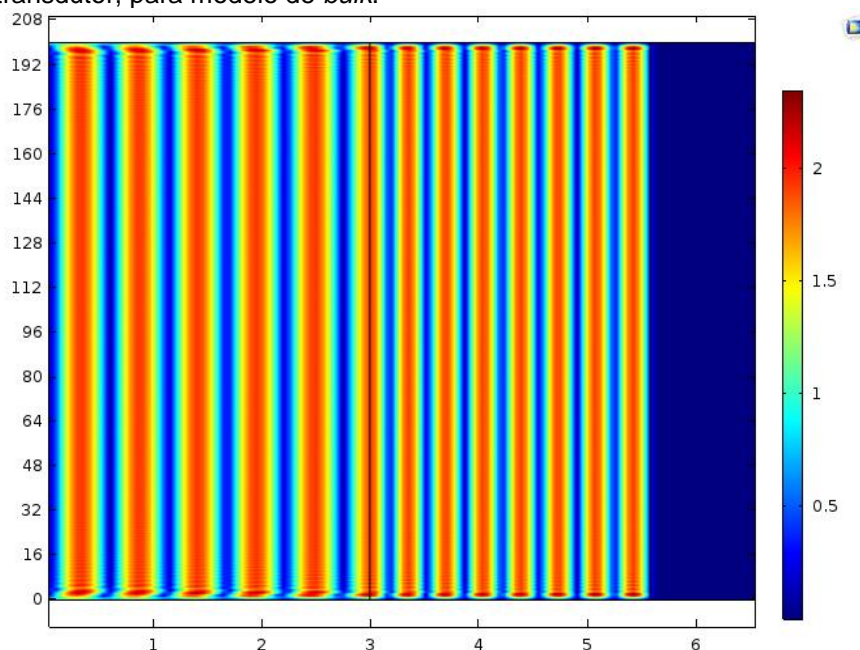
O COMSOL permite que a malha seja personalizada, ou seja, o usuário pode escolher a malha que seja mais eficiente para seu problema específico. Para o estudo feito nesta dissertação, uma malha quadrangular se adequa bem, devido a geometria retangular do modelo. Esse tipo de malha pode ser traçado selecionando

“Mesh”>“Mapped”, onde é selecionado todo o domínio, para, em seguida, aplicar a malha. Além disso, vale ressaltar a importância de configurar uma malha com tamanho adequado. Como descrito no início desta seção, o MEF pressupõe que o campo dentro de cada elemento é uniforme; então é essencial que os elementos possuam dimensões menores que o comprimento da onda incidente. No caso dessa modelagem, a dimensão máxima de cada elemento é 30 vezes menor que o comprimento de onda da luz incidente.

vi) Gerando os Resultados:

Por fim, para geração dos resultados no COMSOL, basta informar ao programa a execução dos cálculos nos comandos “Study”>“Compute”. Assim, na aba “Results”, é possível obter os resultados desejados. A Figure 21 apresenta um desses resultados, que trata do *plot* superficial da norma do campo elétrico distribuído em todo domínio. A partir desses valores de campo fornecidos pelo COMSOL, é possível encontrar a reflectância da onda, bastando apenas subtrair do valor do campo no domínio o campo de entrada, utilizado como valor inicial.

Figure 21 - *Plot* de superfície da norma do campo elétrico no domínio do transdutor, para modelo de *bulk*.

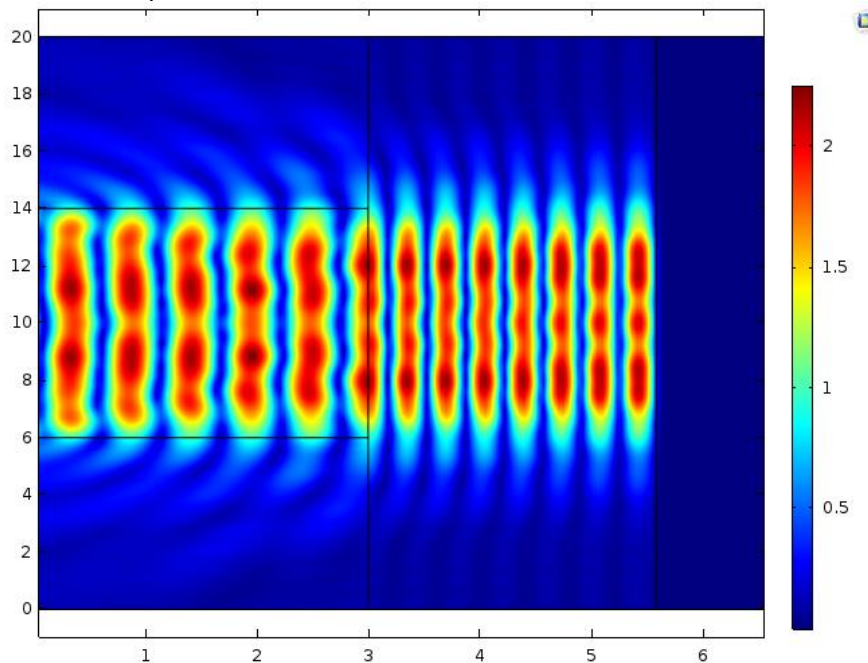


Fonte: O Autor,2019.

Utilizando o COMSOL, também é possível introduzir uma geometria que simule mais adequadamente uma fibra-óptica. Neste caso, o procedimento é semelhante ao que foi descrito, mudando apenas na delimitação da geometria, sendo agora inserida

a casca da fibra, assim delimitando o núcleo dela. o *plot* de superfície para esse modelo pode ser visto na Figura 22.

Figura 22 - Plot de superfície da norma do campo elétrico no domínio do transdutor, para modelo de fibra.



Fonte: O Autor,2019.

É possível observar em ambos os *plots* de superfície o perfil de interferência das ondas, pela intensidade do campo. No Capítulo 5, os resultados das modelagens numéricas e analíticas serão comparados. Com isso, é possível analisar a validade dos modelos, bem como a eficiência do Ce:YIG na composição do transdutor.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS DO MODELO COMPUTACIONAL

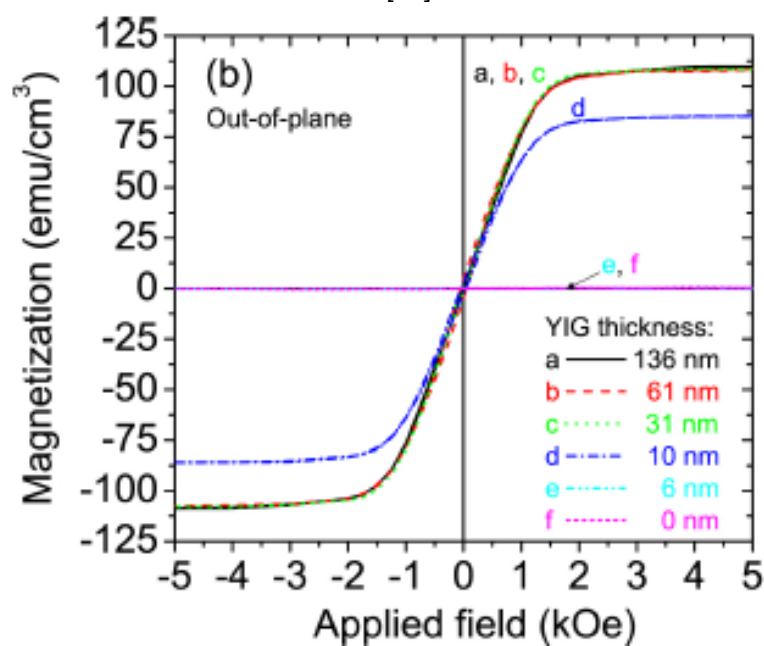
Neste capítulo serão abordados e discutidos os resultados obtidos a partir das modelagens apresentadas no Capítulo 4. Sendo a organização do capítulo feita da seguinte maneira: na Seção 5.1 são apresentadas as características do Ce:YIG escolhido para modelagem do transdutor; e na Seção 5.2 são discutidos os resultados obtidos com as modelagens analítica e numérica.

5.1 Características do Ce:YIG usado na modelagem

A amostra de Ce:YIG escolhida para servir como exemplo para modelagem foi a produzida por Goto, Onbash e Ross (24). Essa escolha foi motivada pela quantidade de informações sobre a amostra no trabalho dos autores, e pela característica magnética da amostra que é adequada para construção de um sensor de campo magnético na faixa do infravermelho, usando efeito magneto-óptico. Isso pode ser entendido observando a Figura 23, que trata das curvas de histerese das amostras que eles produziram. Eles adotaram um procedimento de deposição que acima do substrato de silício é depositado uma camada de YIG, para só então fazer a deposição do Ce:YIG. No entanto, as curvas da Figura 23 são referentes apenas a magnetização do Ce:YIG.

Dentre as amostras representadas na Figura 23, a selecionada para modelagem foi a de curva verde, em que o Ce:YIG foi depositado em cima de uma camada de 31 nm de YIG. Observe na figura que a magnetização tem um comportamento linear com o campo magnético aplicado, até o valor de campo de 1,2 kOe, e também que a magnetização remanescente e o campo coercivo são muito pequenos. Essas características são boas, pois fazem com que um nível de magnetização do material esteja relacionado a apenas um valor de campo magnético externo, e também que magnetização a normalizada possa ser relacionada com o campo magnético normalizado, devido a relação linear observada entre essas grandezas, para essas amostras.

Figura 23 - Curvas de histerese para substrato Si / YIG / Ce:YIG (~ 150 nm) com várias espessuras da camada YIG à temperatura ambiente. Componentes diamagnéticos e ferrimagnéticos provenientes do substrato e camadas de YIG foram subtraídos [24].



Fonte: Goto; Onbash e Ross, 2012.

Os dados para o Ce:YIG utilizado na simulação estão na Tabela 1 (24). Esses valores foram os mesmos utilizados para encontrar a constante magneto-óptica na Seção 3.2, cujo valor foi de $-2,41 \times 10^{-2} + j8,90 \times 10^{-7}$, para $\lambda=1550$ nm.

Tabela 1 - Dados do Ce:YIG utilizado na modelagem do transdutor.

Índice de refração (para $\lambda=1550$ nm)	$2,25 + j8,3 \times 10^{-5}$
Rotação Faraday (para $\lambda=1550$ nm)	-1100 °/cm
Magnetização de saturação	110 emu/cm ³
Campo de saturação	2 kOe

Fonte: Goto; Onbash e Ross, 2012.

Na Seção 5.2 são abordados os resultados obtidos com a amostra apresentada nessa seção, assim, sendo possível analisar a eficiência dessa amostra de Ce:YIG na composição do transdutor para medição de campo magnético externo.

5.2 Análise dos resultados obtidos

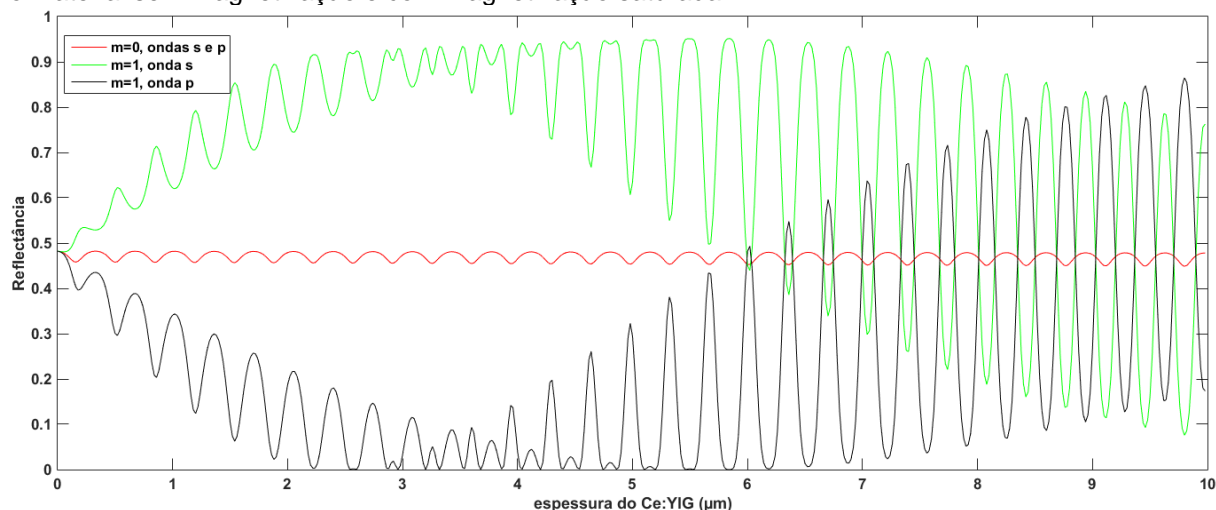
A análise dos resultados nesta seção está dividida em três partes. Seguindo os procedimentos dessa análise, é possível caracterizar o transdutor para aplicação em um sensor de campo magnético. As partes da análise são as seguintes: i) análise da espessura do filme de Ce:YIG; ii) análise da estrutura de *bulk*; iii) análise da estrutura de fibra. É importante ressaltar que, fazendo esse procedimento, é possível caracterizar o transdutor com outros materiais que venham a ser interessantes na composição do transdutor.

i) análise da espessura do filme de Ce:YIG:

Devido a modelagem numérica necessitar de mais recurso computacional, como memória RAM e processamento, a análise da espessura é feita por meio da modelagem analítica. Uma vez obtido um intervalo de espessura em que a resposta do transdutor seja satisfatória, a modelagem é feita numericamente.

Para observar melhor o comportamento da reflectância com a espessura do Ce:YIG, o mesmo resultado da Figura 15 pode ser gerado, porém com um intervalo menor de espessura, como pode ser visto na Figura 24.

Figura 24 - Reflectância das ondas p e s em função da espessura do filme (0-10 μm) de Ce:YIG, para o material sem magnetização e com magnetização saturada.



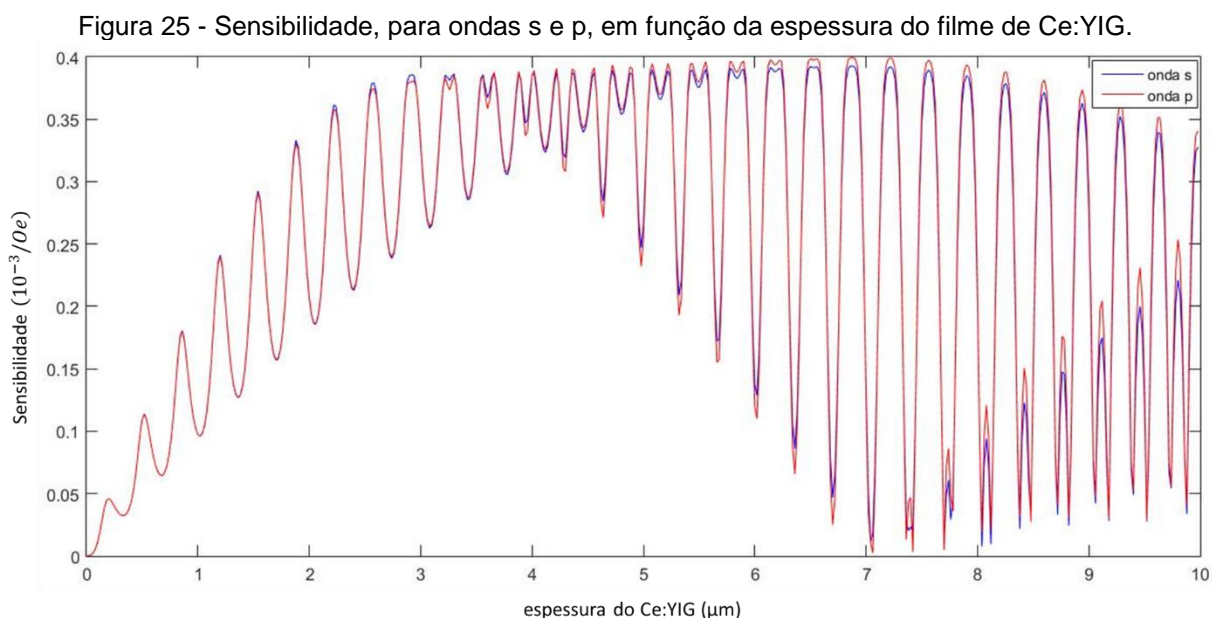
Fonte: O Autor, 2019.

A melhor espessura para o filme de Ce:YIG é a que fornece uma maior sensibilidade à magnetização do material. Então a sensibilidade do sensor é definida como:

$$S \equiv \left| \frac{\Delta R}{\Delta H} \right|, \quad (5.1)$$

onde ΔR é uma variação de reflectância, correspondente a uma variação de campo magnético ΔH , considerando a região em que o comportamento magnético do material é linear, ou seja até 1,2 kOe.

O resultado da dependência da sensibilidade com a espessura do Ce:YIG pode ser visto na Figura 25. Observando essa figura, é possível verificar o que foi descrito na Seção 4.1, sobre o efeito de cavidade potencializar ou diminuir o efeito magneto-óptico.



Fonte: O Autor, 2019.

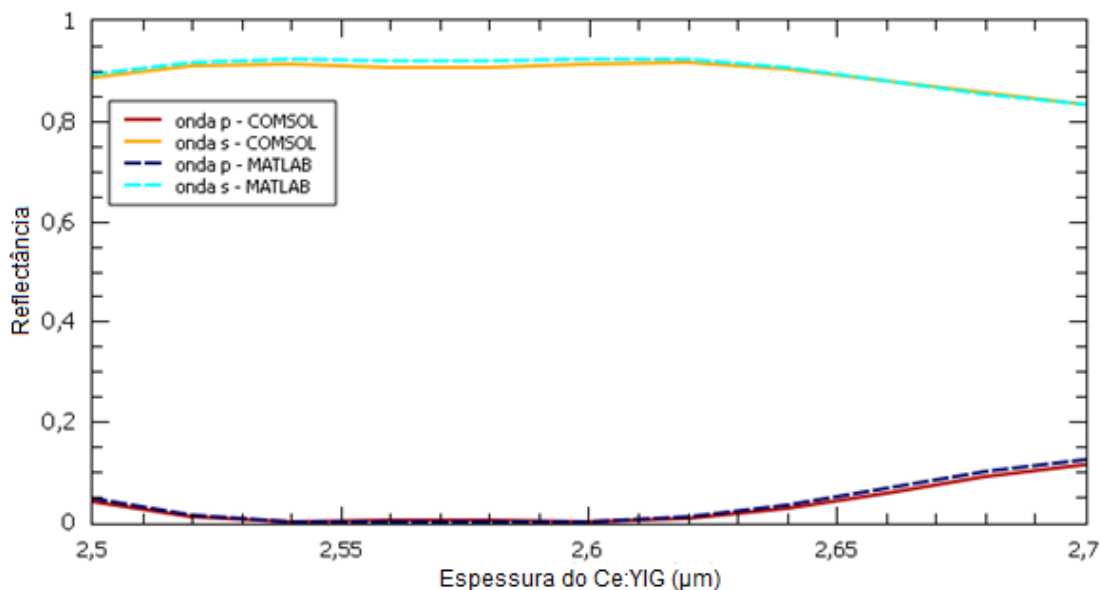
Além disso, a espessura que fornece a maior sensibilidade pode ser escolhida pela Figura 25. Então, devido a sensibilidade, o intervalo de espessura escolhido para fazer a modelagem numérica foi o de 2,5 – 2,7 μm . Observe pela Figura 24 que nesse intervalo a rotação efetiva da polarização da onda, que é a rotação percebida por um detector que recebe a onda refletida, é de aproximadamente 45° .

ii) análise da estrutura de *bulk*:

Com um intervalo menor de espessura para ser analisado, é possível fazer a simulação numérica do modelo. Então, nessa análise, é feita a comparação entre os modelos analítico e numérico, e assim escolher uma espessura específica para caracterizar o transdutor.

A Figura 26 mostra os níveis de reflectância para o material com magnetização saturada, para as ondas p e s. Nessa figura, observa-se a concordância entre os modelos analítico (MATLAB) e numérico (COMSOL). Então, a partir dessa figura, é selecionada uma espessura específica para o filme de Ce:YIG, que nesse caso, foi uma espessura de 2,58 μm .

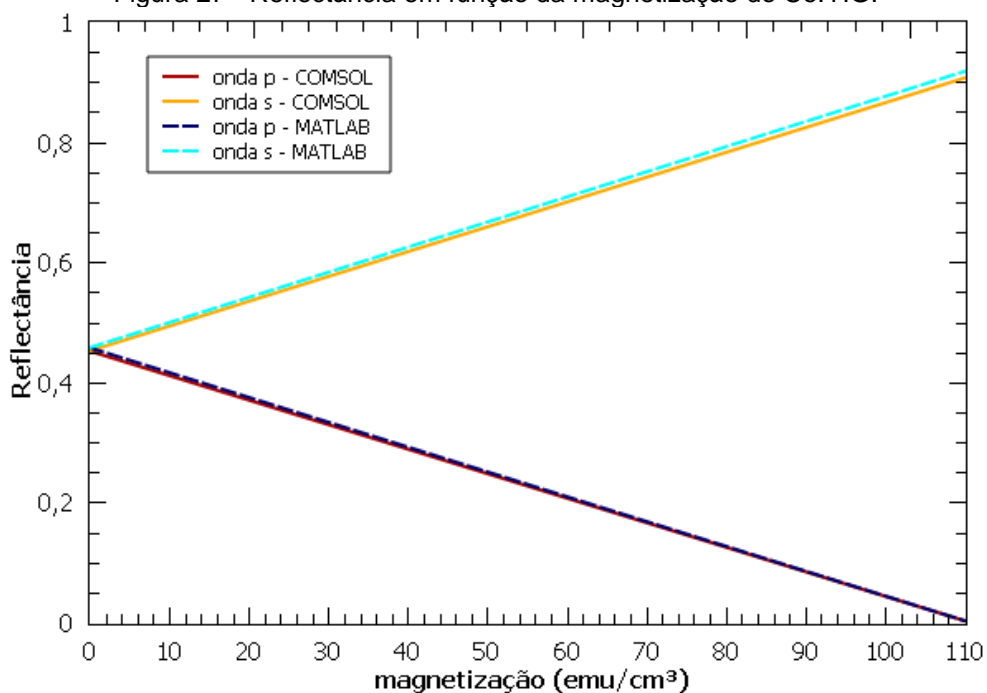
Figura 26 - Reflectância em função da espessura do Ce:YIG, para os modelos numérico (COMSOL) e analítico (MATLAB).



Fonte: O Autor, 2019.

Uma vez fixada a espessura para o Ce:YIG, é a vez de analisar a modulação da reflectância com a magnetização do material, e, conseqüentemente, com o campo magnético externo. A Figura 27 mostra os níveis de reflectância, de acordo com magnetização do Ce:YIG, sendo a sua espessura de 2,58 μm .

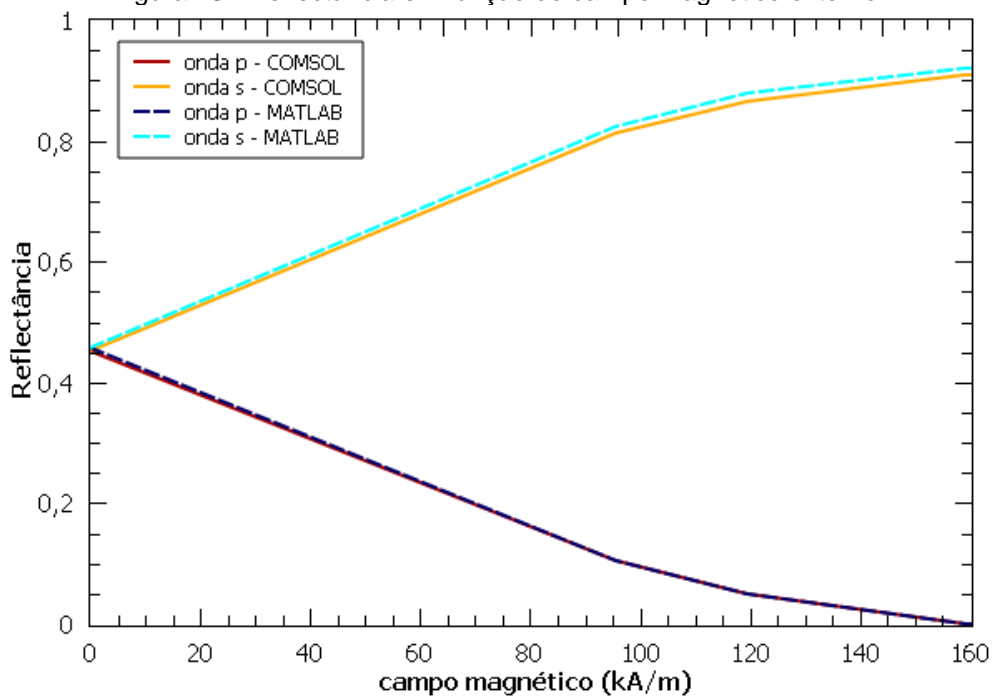
Figura 27 - Reflectância em função da magnetização do Ce:YIG.



Fonte: O Autor, 2019.

Como visto na Seção 5.1, cada nível de magnetização do material corresponde a apenas um valor de campo magnético. Dessa forma, usando o gráfico da curva de histerese do Ce:YIG, é possível obter a Reflectância em função do campo magnético externo. Esse resultado é visto na Figura 28.

Figura 28 - Reflectância em função do campo magnético externo.



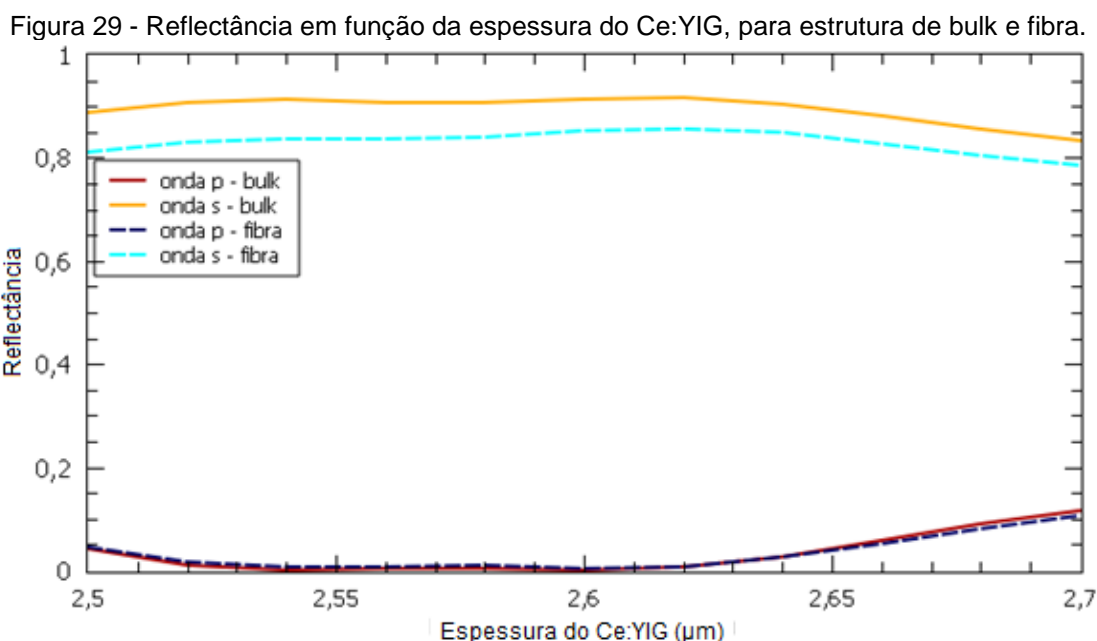
Fonte: O Autor, 2019.

Então, usando o resultado da Figura 28, é possível monitorar o campo magnético, até um valor de 160 kA/m, através do sinal refletido. Esse resultado foi obtido utilizando a estrutura de *bulk*, a análise da modelagem com fibra óptica é vista a seguir.

iii) análise da estrutura de fibra:

Nesta análise, são apresentados os resultados da modelagem com estrutura da fibra, descrita na Seção 4.2. Os resultados para fibra são comparados com os resultados da estrutura de *bulk*. O procedimento é semelhante a análise ii), porém agora só são usados os resultados dos modelos numéricos, obtidos com o COMSOL.

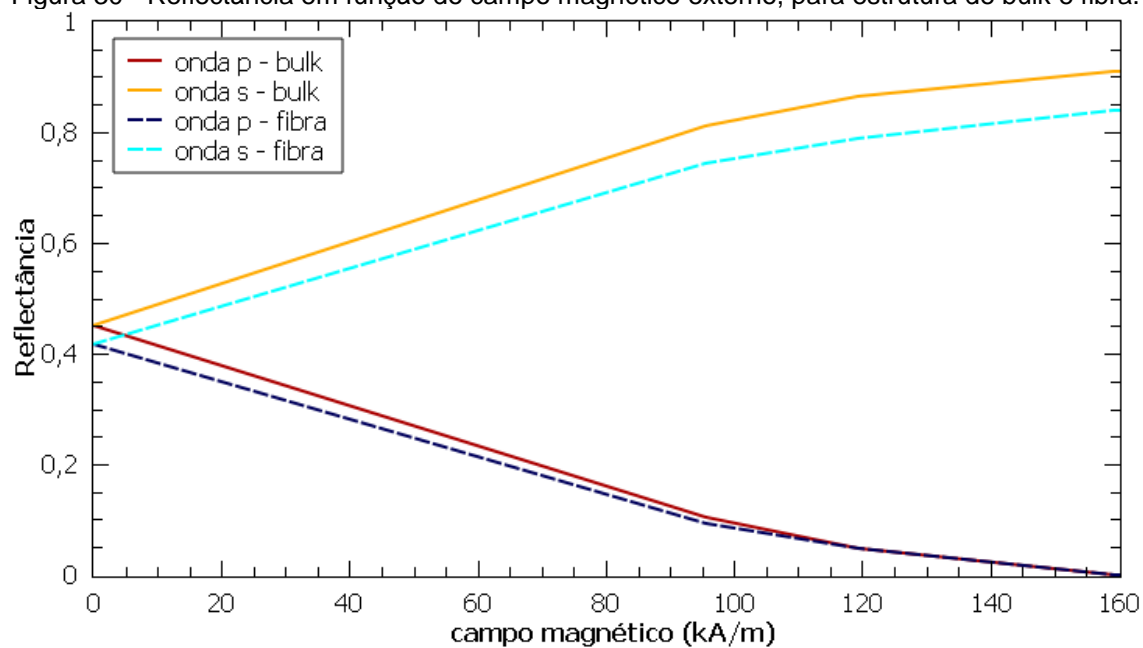
Na Figura 29 estão os resultados para a reflectância, para a estrutura de *bulk* e para a fibra óptica, em função da espessura do Ce:YIG. É observado que, na estrutura de fibra, a reflectância da onda s sofre uma queda se comparado com a estrutura de *bulk*. Isso é esperado, pois parte da onda que é refletida não consegue entrar no núcleo da fibra novamente.



Fonte: O Autor, 2019.

Mantendo a espessura do Ce:YIG de 2,58 µm são obtidos os resultados para a reflectância em função do campo magnético como feito na análise ii). O resultado para reflectância em função do campo magnético está na Figura 30.

Figura 30 - Reflectância em função do campo magnético externo, para estrutura de bulk e fibra.



Fonte: O Autor, 2019.

Baseado no resultado da Figura 30, é possível obter o valor do campo magnético remotamente, através de fibra óptica, utilizando a reflectância do sinal refletido no transdutor. Por fim, é importante ressaltar que o método aqui utilizado para caracterizar o transdutor pode ser aplicado a outros materiais, que venham a ser igualmente interessantes na composição do transdutor.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Nesta dissertação são apresentados modelos numéricos e analítico, que podem ser usados para caracterização do transdutor de um sensor de campo magnético. O material magnético utilizado na modelagem do transdutor foi o Ce:YIG, porém os modelos que foram desenvolvidos podem ser aplicados a outros materiais, fazendo com que a metodologia adota neste trabalho possa servir de referência para caracterizar outros transdutores, até mesmo com diferentes características geométricas.

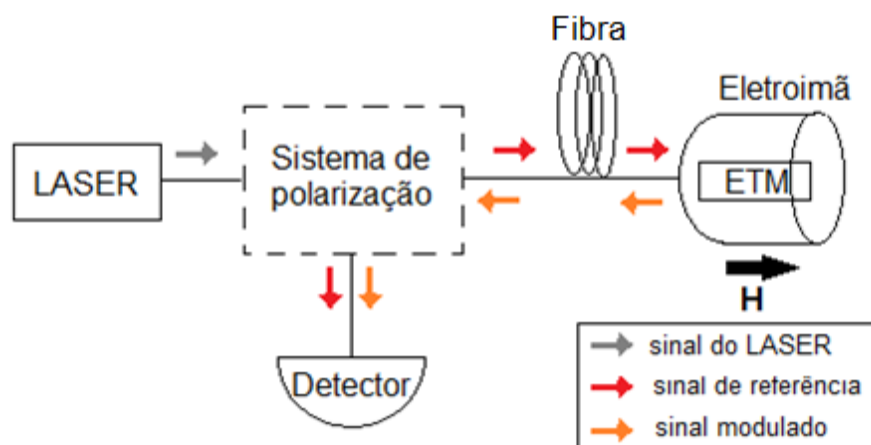
De acordo com os resultados obtidos, através dos modelos numéricos e analítico, é observado como os efeitos Faraday e Kerr magneto-ópticos são afetados com o efeito de cavidade, assim potencializando o uso desses efeitos magneto-ópticos para monitoramento de campo magnético.

Com a caracterização do transdutor feita neste trabalho, para um comprimento de onda de $1,55 \mu\text{m}$, foi obtido uma rotação efetiva de 45° , para uma espessura de Ce:YIG de $2,58 \mu\text{m}$. Além disso, sua característica ferrimagnética, é muito útil para medição indireta do campo magnético, mostrando assim o ótimo desempenho do material na composição do transdutor.

Então, com base nos resultados obtidos, conclui-se que é possível construir um sensor, usando fibra óptica, para monitoramento remoto de campo magnético, sendo possível determinar a magnitude do campo até um valor de 160 kA/m .

Por fim, são perspectivas futuras deste trabalho: i) usar os modelos criados para testar diferentes materiais e diferentes configurações na composição do transdutor; ii) e construir o sensor de campo magnético, esquematizado na Figura 31

Figura 31 - Reflectância em função da espessura do Ce:YIG, para estrutura de bulk e fibra.



Fonte: O Autor, 2019.

A arquitetura do sensor consiste de um laser cw centrado em 1550 nm conectado, por meio de fibra óptica, a um sistema de polarização. No sistema de polarização a luz é polarizada e dividida, sendo que um dos sinais é mandado diretamente para o detector, sinal de referência, e o outro é enviado em direção ao elemento transdutor magnético (ETM), pela fibra óptica. O ETM é colocado na presença de um campo magnetostático, gerado pelo eletroímã, na configuração polar. Devido à presença do campo magnético, o sinal óptico polarizado que incide sobre ele é modulado. Ao ser refletido no ETM o sinal modulado vai em direção ao sistema de polarização e é enviado para o detector, onde poderá ser comparado com o sinal de referência.

REFERÊNCIAS

- (1) MANSURIPUR, M. The faraday effect. *Optics and Photonics News*, v. 10, n. 11, p. 32-36, 1999.
- (2) QIU, Z. Q.; BADER, Samuel D. Surface magneto-optic Kerr effect (SMOKE). *Journal of magnetism and magnetic materials*, v. 200, n. 1-3, p. 664-678, 1999.
- (3) QIU, Z. Q.; BADER, Samuel D. Surface magneto-optic Kerr effect. *Review of Scientific Instruments*, v. 71, n. 3, p. 1243-1255, 2000.
- (4) GONÇALVES, C. S. *Montagem e construção de um magnetômetro a efeito Kerr magneto-óptico*. 2006. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006.
- (5) CARVALHO, H. B. *O Magnetômetro a Efeito Kerr e o filme fino de Co/Si*. 2002. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, 2002.
- (6) BOUDIAR, T. et al. Magneto-optical properties of yttrium iron garnet (YIG) thin films elaborated by radio frequency sputtering. *Journal of magnetism and magnetic materials*, v. 284, p. 77-85, 2004.
- (7) YANG, Q et al. Effects of off-stoichiometry and density on the magnetic and magneto-optical properties of yttrium iron garnet films by magnetron sputtering method. *Journal of Applied Physics*, v. 108, n. 7, p. 073901, 2010.
- (8) BLOCK, A. D. et al. Growth parameters of fully crystallized YIG, Bi: YIG, and Ce: YIG films with high faraday rotations. *IEEE Photonics Journal*, v. 6, n. 1, p. 1-8, 2014.
- (9) ONBASLI, M. C. et al. Optical and magneto-optical behavior of cerium yttrium iron garnet thin films at wavelengths of 200–1770 nm. *Scientific reports*, v. 6, p. 23640, 2016.
- (10) HAUS, J. *Optical Sensors: basics and applications*. Weinheim, DE: Wiley-Vch, 2010.
- (11) CHEN, F. et al. A high-finesse fiber optic Fabry–Perot interferometer based magnetic-field sensor. *Optics and Lasers in Engineering*, Elsevier, v. 71, p. 62–65, aug 2015.
- (12) YANG, M. et al. Optical fiber magnetic field sensors with TbDyFe magnetostrictive thin films as sensing materials. *Optics Express*, Optical Society of America, v. 17, n. 23, p. 20777, nov 2009.
- (13) WANG, H. et al. Magnetic field sensing based on siglemode-multimode-siglemode fiber structures using magnetic fluids as cladding, *Optical letters*, v. 38, n. 19, p. 3765-3768, 2013.

- (14) SUN, L.; JIANG, S.; MARCIANTE, J. R. All-fiber optical magnetic-field sensor based on Faraday rotation in highly terbium-doped fiber. *Optics Express*, Optical Society of America, v. 18, n. 6, p. 5407, mar 2010.
- (15) JORDÃO, R. G. *Transformadores*. São Paulo: Edgard Blucher, 2002.
- (16) LIMA, L. D. M. *Transformadores – Reatores – Reguladores – Ferramentas para manutenção baseada em confiabilidade*. Recife: Ed. Bagaço, 2005.
- (17) BECHADA, R. *Análise de falhas em transformadores de potência*. 2010. Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- (18) Fontana, E. *Rotação de faraday: curso de fundamentos de óptica e propagação de luz*. Recife: UFPE, 2018. (Notas de aula).
- (19) GOMES, G. F. M. Estudo in-situ de filmes magnéticos ultrafinos por magnetometria Kerr e técnicas de superfície. 2009. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte-MG, 2009.
- (20) Zilio, S. C. *Óptica moderna: fundamentos e aplicações*. São Carlos: Compacta, 2009.
- (21) Maxwell, J. C. *A Treatise on electricity and magnetism*, Vol. II, chap. XXI, Oxford: Clarendon Press, 1873.
- (22) ZAK, J. et al. Universal approach to magneto-optics. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 89, n. 1-2, p. 107-123, 1990.
- (23) YANG, Z. J.; SCHEINFELD, M. R. Combined three-axis surface magneto-optical Kerr effects in the study of surface and ultrathin-film magnetism. *Journal of applied physics*, v. 74, n. 11, p. 6810-6823, 1993.
- (24) GOTO, T; ONBAŞLI, M. C.; ROSS, C. A. Magneto-optical properties of cerium substituted yttrium iron garnet films with reduced thermal budget for monolithic photonic integrated circuits. *Optics express*, v. 20, n. 27, p. 28507-28517, 2012.
- (25) GUO, X. et al. Growth and characterization of yttrium iron garnet films on Si substrates by Chemical Solution Deposition (CSD) technique. *Journal of Alloys and Compounds*, v. 671, p. 234-237, 2016.
- (26) SILVA, A. A. D. *Modelagem computacional usando método de elementos finitos para aplicação em ensino de eletrostática*. 2016. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) - Núcleo de Formação Docente. Universidade Federal de Pernambuco, Campus Agreste, 2016. 70 f.
- (27) SADIKU, M. N. *Elementos de Eletromagnetismo*. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.
- (28) KAHL, S. *Bismuth iron garnet films for magneto-optical photonic crystals*. 2004. Tese (Doutorado). Royal Institute of Technology, Stockholm, 2004.

- (29) SHINTAKU, T; TATE, A; MINO, S. Ce-substituted yttrium iron garnet films prepared on $Gd_3Sc_2Ga_3O_{12}$ garnet substrates by sputter epitaxy. *Applied physics letters*, v. 71, n. 12, p. 1640-1642, 1997.

APÊNDICE A - CÓDIGO DO PROGRAMA FEITO EM LINGUAGEM MATLAB, PARA A MODELAGEM ANALÍTICA

```

% m = 1; %magnetização normalizada
teta = 45; %angulo de polarização
lam = 1.55e-6; %comprimento de onda
k0 = 2*pi/lam;

%índices de refração
n1 = 1.44401; %sílica
n2 = 2.25 + 1i*8.3e-5; %Ce:YIG
n3 = 1.5785 + 15.658i; %aluminio

%constante magneto-óptica
Q1 = -2.41e-2 + 1i*8.90e-7;

for m=0:1
for dd=1:1:500
    d1=0.02*(dd-1)*(10^-6); %espessura do Ce:YIG
    d(dd)=d1;

    Qb1 = m*Q1;

%parametros do YIG
C1 = cos(2*pi*n2*d1/lam);
S1 = sin(2*pi*n2*d1/lam);
SIG1 = pi*n2*Qb1*d1/lam;
B1 = 1i*SIG1*S1;
F1 = 1i*S1/n2;
J1 = 1i*S1*n2;
E1 = Qb1*S1/(2*n2) - C1*SIG1/n2;
H1 = Qb1*n2*S1/2 + n2*SIG1*C1;

%matrizes
M1 = (1 0 1 0;0 1 0 -1;0 -n1 0 -n1;n1 0 -n1 0);
M2 = (C1 -B1 E1 -F1;B1 C1 F1 E1;H1 J1 C1 -B1;-J1 H1 B1 C1);
M3 = (1 0 1 0;0 1 0 -1;0 -n3 0 -n3;n3 0 -n3 0);

M = inv(M1)*M2*M3;
G = M(1:2,1:2);
I = M(3:4,1:2);

RE = I*inv(G);

%coeficientes de reflexão

```



```

rss = RE(1,1);
rsp = RE(1,2);
rps = RE(2,1);
rpp = RE(2,2);

%reflectancia
arg = teta*pi/180;
Er = RE*(sin(pi/4) 0;0 cos(pi/4))* (1;1);
    if m==0
        %onda s
        Er1(dd) = abs(Er(1,1))^2;
        Er2(dd) = abs(Er(2,1))^2;
    else
        %onda p
        Er3(dd) = abs(Er(1,1))^2;
        Er4(dd) = abs(Er(2,1))^2;
    end

end

end

%matriz para coletar dados
Erd=(d',Er1',Er2',Er3',Er4');

%gráficos
figure(1)
plot(d,Er2,'r',d,Er3,'g',d,Er4,'k');
legend('m=0, ondas s e p','m=1, onda s','m=1, onda p');

figure(2)
plot(d,abs(Er3-Er1),'b',d,abs(Er4-Er2),'r');
legend('onda s','onda p');

%salvar os dados
save('YIG_aluminio.txt','Erd','-ascii')

```