PERCOLAÇÃO

Luciano Soares Mendes Júnior[1]; Gustavo Camelo Neto[2]

[1]Estudante do Curso de Física-Licenciatura - CAA – UFPE; lucianojuniormendes4@gmail.com,
[2]Docente / Pesquisador – Núcleo de Formação Docente - CAA – UFPE. gustavo.camelont@ufpe.br.

Sumário: Neste trabalho foi realizado um estudo sobre Teoria de Percolação de Sítios na rede quadrada e sua aplicação no estudo de fenômenos como incêndios florestais. Foram realizadas simulações computacionais, utilizando-se a linguagem de programação C para a obtenção de amostras de sistemas de percolação de sítios na rede quadrada de lado **L.** As grandezas relevantes, tal como a probabilidade de ocupação crítica, **pc** e a dimensão fractal do aglomerado percolante foram estimadas numericamente.

Palavras–chave: percolação, incêndios florestais.

INTRODUÇÃO

O termo percolação significa a passagem de um fluído em um meio poroso, como, por exemplo, água quente atravessando pó de café em um coador [1]. Um dos primeiros modelos teóricos desenvolvidos para o estudo do fenômeno da percolação foi proposto por Broadbent e Hammersley [2]. Podemos imaginar este fenômeno da seguinte forma, um certo material poroso possui poros dispostos de maneira aleatória, dependendo do quão distantes essas cavidades estejam uma das outras poderá haver junção de poros, ocorrendo, então, a formação de túneis. Esses podem, por sua vez, ligar duas extremidades do material de forma que agora um fluído possa atravessar o sistema. Em outras palavras, a percolação ocorre quando há a formação de um caminho que interligue uma extremidade a outra do material poroso. Com o surgimento de novas ferramentas computacionais e a possibilidade de generalização do conceito para estudar outros fenômenos, além do que foi descrito anteriormente, a teoria de percolação tornou-se bastante útil, sendo aplicada em diversos problemas, como, por exemplo, no estudo do alastramento de incêndios florestais, onde por meio de métodos estatísticos pode ser estimado o tempo de queima de uma certa área ou mesmo pode se determinar a fração de árvores queimadas em um possível incêndio, ou de processos infecciosos. No caso de incêndios florestais, no lugar do fluido temos as chamas e dos poros as árvores, a formação do caminho para propagação do incêndio vai depender do quão as árvores estão distantes uma das outras. Observamos a existência de dois regimes bem definidos, em um deles há um caminho percolante, ou seja, interligando dois extremos do sistema, e outro quando não há esse caminho. A existência ou não do caminho percolante depende da probabilidade de ocupação p da rede de árvores, ou poros, quando p se aproxima de um certo valor crítico **pc** ocorre uma transição de fases onde o sistema passa de não percolante para percolante. Essa transição, como veremos mais adiante, é uma transição de fases caracterizada na Termodinâmica como de segunda ordem e a estrutura do conjunto de árvores, ou poros, que compões o aglomerado percolante possui características fractais.

MÉTODOLOGIA

Os resultados foram obtidos através de simulações numéricas de algoritmos computacionais desenvolvidos em linguagem de programação C. Um desses algoritmos produz redes de percolação quadradas de tamanho especificado L e com probabilidade de ocupação p, posteriormente, a rede de percolação é analisada por outro algoritmo, que identifica os diferentes aglomerados e verifica se houve ou não o fenômeno da percolação. Um algoritmo próprio foi utilizado para identificar os diversos aglomerados de sítios ocupados. Uma vez que todos os aglomerados são identificados corretamente, verifica-se se há e, neste caso, qual é o aglomerado percolante, ou seja, se existe algum aglomerado que interligue duas extremidades quaisquer da rede. Essas simulações são, então, repetidas um número M grande de vezes de modo que uma análise estatística possa ser realizada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Iniciou-se com a criação de um programa computacional que preenchesse uma rede quadrada de lado L aleatoriamente com valores **1** com probabilidade p ou **0** com probabilidade $(1-p)$ representando sítios ocupados e vazios, respectivamente. Uma vez que uma rede com sítios ocupados ou vazios é gerada aleatoriamente, é realizada a identificação de cada aglomerado, formado pelos conjuntos de sítios ocupados conectados, atribuindo nomes para cada aglomerado diferente. É, então, verificado se ocorre percolação, ou seja, se há um aglomerado que ligue dois extremos quaisquer da rede. Esse procedimento foi realizado aumentando-se gradativamente o valor de p, a partir de $p = 0$, verificando-se para qual valor ocorre a primeira percolação, determinando-se o limiar de percolação, pc. Em seguida, foram realizadas várias amostragens, com diferentes tamanhos de **L** onde a frequência relativa de percolação foi obtida. Ao analisar os gráficos gerados para diferentes valores de **L** foi observado que ao aumentar o valor de **L** a inclinação da curva fica cada vez mais acentuada. Observa-se, também, que existe um ponto de encontro entre as curvas para diferentes valores de **L**. Esse ponto é curioso, indicando um comportamento que não depende do tamanho da rede, uma característica típica de um sistema que se encontra na região de criticalidade em uma transição de fases de segunda ordem.

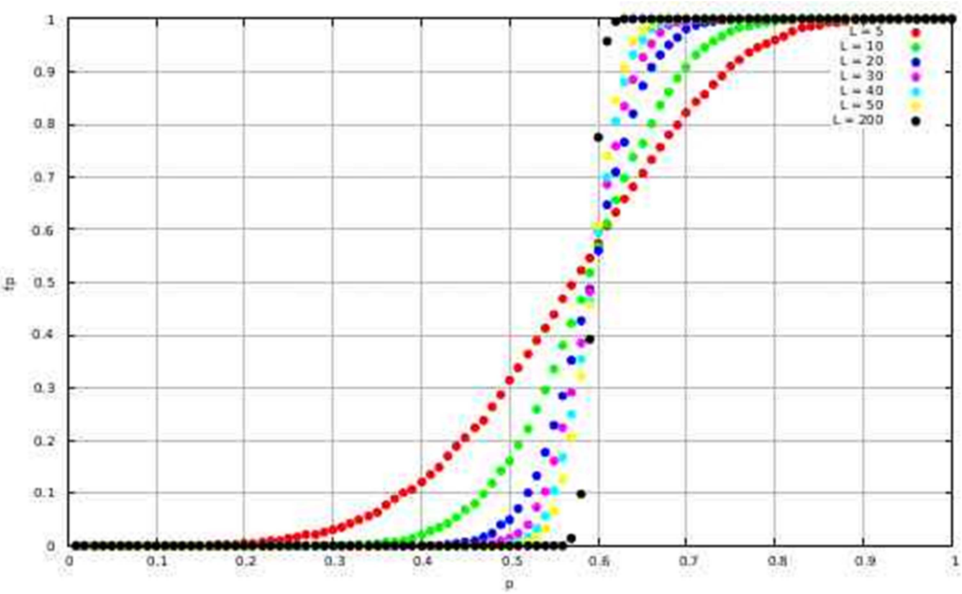

Figura 1.
A Frequências relativas de ocorrência de percolação para diferentes valores de L em termos de p, com numero de amostras M= 10.000. L aumenta do vermelho para o preto.

Em colaboração com o aluno de iniciação científica Felipe Camargo Marcolino, que está estudando as propriedades da geometria fractal[4], foi realizada uma análise da dimensão fractal do aglomerado percolante na proximidade de pc, utilizando o método da contagem de caixas. Um fractal possui várias características, dentre elas a autossimilaridade, ou seja, se for destacado uma pequena parte da figura original e essa for ampliada, é observado que a aplicação e a figura original apresentam as mesmas características. Um fractal também pode ter dimensão fracionária, indicando um alto grau de complexidade. Figura 1 apresenta um aglomerado percolante típico, obtido em uma rede de tamanho **L**=729 com p=0,583.

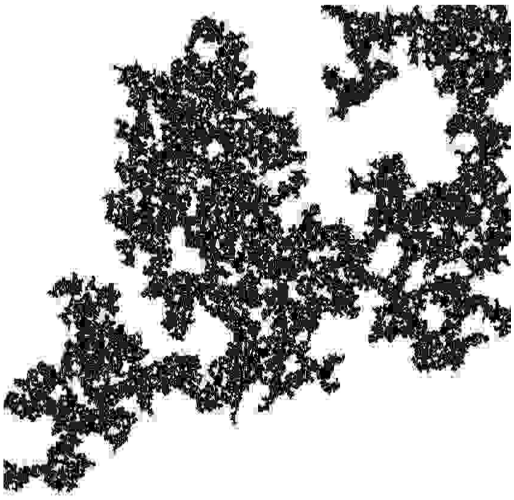

Figura 1.Aglomerado percolante de uma rede com L = 729 e p = 0,583 ≈ pc.

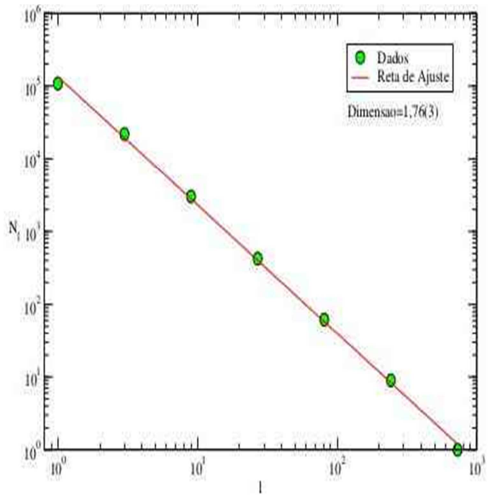

Figura 2. Estimativa da dimensão fractal de um aglomerado de percolação próximo de pc.

Utilizando o método da contagem de caixas, que consiste em sobrepor um reticulado de caixas quadradas de lado ℓ sobre o objeto do qual se deseja estimar a dimensão fractal, contando o número de caixas ocupadas por qualquer de suas partes. Fazendo-se variar o tamanho das caixas, obtém-se o comportamento do número de caixas Nl de tamanho l ocupadas, a dimensão fractal é fornecida pelo módulo da inclinação da curva resultante em escala logarítmica, no caso dessa curva ser representada por uma reta nessa escala. A figura 2 apresenta o comportamento de Nl versus l em escala logarítmica para o aglomerado percolante da figura 1. Observem que, de fato, o comportamento da curva na escala logarítmica é praticamente linear. Assim, realizando uma regressão obtemos a dimensão fractal do aglomerado percolante como, Df = 1,76(3) indicando que o aglomerado de percolação em pc é fractal.

As mesmas técnicas podem ser aplicadas ao estudo de um modelo de autômatos celulares na rede quadrada, com vizinhança de Moore para a dinâmica de incêndios florestais[3]. Nesse modelo dois tipos de árvores são consideradas, árvores suscetíveis, que se incendeiam se houver pelo menos uma árvore incendiada em sua vizinhança, e árvores resistentes, que se incendeiam apenas se houver pelo menos R árvores incendiadas em sua vizinhança. Novas árvores nascem em sítios desocupados com probabilidade p e novos focos de incêndios surgem em sítios ocupados com probabilidade f. O modelo é particularmente interessante no limite $f/p \rightarrow 0$.

Dados de florestas simuladas no estado estacionário foram fornecidos por Camelo-Neto, orientador deste trabalho, em colaboração com Florentino Gomes, estudante de mestrado do Departamento de Física da UFPE. Inicialmente foram obtidas as probabilidades de ocupação das árvores suscetíveis e resistentes, tendo sido encontrados os valores, ps = 0,317111 para as árvores suscetíveis e pr=0,449777 para as árvores resistentes. Observa-se que ambos os valores estão abaixo de limiar de percolação da rede quadrada com primeiros vizinhos apenas, porém, o valor obtido para as árvores resistentes é próximo ao valor conhecido para o limiar de percolação com vizinhança de Moore. Esse resultado auxilia na explicação de porquê ocorre uma quebra da criticalidade auto-organizada existente nos modelos sem árvores resistentes.

Posteriormente, foram identificados os aglomerados de ambos os tipos de árvores, tendo sido selecionados os maiores aglomerados de cada espécie. Foi, então, obtida a dimensão fractal desses aglomerados, tendo sido obtidos os resultados: Ds = 1,43(8) para o maior aglomerado de árvores suscetíveis e Dr = 1,66(2) para o maior aglomerado de árvores resistentes.

CONCLUSÕES

Observamos que numa rede quadrada de tamanho L e sítios ligados aos seus primeiros vizinhos, a percolação somente acontece quando a probabilidade de ocupação, p, dos sítios não é inferior ao limiar de percolação, pc, que neste trabalho foi estimado como sendo, p_c = 0,583, em razoável concordância com os resultados disponíveis na literatura, pc=0,592...[5]. Observamos, também, que nas proximidades de pc, há uma distribuição espacial bastante heterogênea, com aglomerados de diversos tamanhos.

Além disso, foi possível aplicar a metodologia de estudo da teoria da percolação em um modelo computacional para incêndios florestais, verificando que as concentração de árvores suscetíveis está abaixo do limiar de percolação de sítios na rede quadrada, enquanto, embora isso não seja verdade para o modelo de percolação estudado aqui, esteja acima do limiar de percolação de sítios com vizinhança de Moore, podendo indicar uma razão para a quebra da criticalidade auto-organizada nesse sistema. Os maiores aglomerados de árvores suscetíveis e de árvores resistentes podem apresentar, também, aspecto fractal, sendo o aglomerado de árvores suscetíveis mais ramificado em relação ao de árvores resistentes, conforme indicar suas dimensão fractais.

AGRADECIMENTOS

À UFPE pelo auxílio financeiro, à UFPE-CAA pela infraestrutura. Ao professor G. Camelo-Neto e ao estudante de mestrado F. Gomes pelos dados sobre incêndios florestais e ao primeiro pela orientação. Ao estudante F. C. Marcolino pela análise fractal dos aglomerados e à todos pelas discussões que proporcionaram momentos de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

[1] D. STAUFFER and A. AHARONY. Introduction to Percolation Theory. Taylor e Francis, 1994.

[2] Broadbent, S. R. and Hammersley, J. M., Percolation processes I. Crystals and Mazes, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 53(3), 629-641 (1957).

[3] G. CAMELO-NETO e S. COUTINHO. Forest-fire model with resistant trees. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2011(06):P06018, (2011).

[4] B. B. MANDELBROT. The Fractal Geometry of Nature. W. H. Freeman and Company, 1982.

[5] K. MALARZ e S. GALAM, Square lattice site percolation at increasing ranges of neighbor interactions, Physics Condensed Matter ArXiv, 0408338v1, (2004).