MODELO DE ALOCAÇÃO DE ENCARGOS DIDÁTICOS PARA O DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA DA UFPE

Abel P de M Borges Jr[1]; André Leite Wanderley[2]

[1]Estudante do Curso de Estatísica – CCEN – UFPE; E-mail: apdmbj1@de.ufpe.br,
[2]Docente/pesquisador do Depto de Estatística – CCEN - UFPE : E-mail: leite@de.ufpe.br.

Sumário: Um modelo de programação linear inteira com variáveis binárias é proposto para tratar do problema de alocação de professores a disciplinas. O critério de otimização foi maximizar a preferência dos professores por cursos e horários. Além de restrições usuais, características específicas foram consideradas. Ao final, soluções múltiplas foram novamente ordenadas a partir de uma medida de aderência à lista de preferências dos professores. O modelo foi aplicado com sucesso nos semestres de 2014.2, 2015.1 e 2015.2 pelo Departamento de Estatística da Universidade Federal de Pernambuco (DE/UFPE daqui em diante).

Palavras-chave: problema da designação; programação inteira; *timetabling*

INTRODUÇÃO

Um problema clássico da literatura de Otimização Combinatória é o chamado *problema da designação* [1]. No artigo de [2] é provada a sua NP-completude. Numa situação particular, ele é também conhecido como o *problema de agendamento*, e pode ser definido nos seguintes termos.
O problema de agendamento procura pelo melhor esquema de horários, segundo um dado critério, que indexa no *tempo* os elementos de um conjunto de *recursos*, que pode conter professores, grupos de estudantes, salas de aula, laboratórios ou *arrays* de combinações destes elementos. Tais intervalos de tempo têm estruturas bem definidas e compõem um conjunto. Um conjunto de restrições define os termos de *disponibilidade* dos diferentes componentes, de modo a determinar *como* os recursos são ser alocados.
Este problema tornou-se popular principalmente depois da International Timetabling Competition (ITC), que ocorreu em três versões até o momento (nos anos de 2002, 2007 e 2011), *cf.* [3]. O modelo de programação linear inteira com variáveis binárias é amplamente utilizado na solução deste problema (*vide* [4]). Entretanto, seu ponto negativo é evidenciado com frequência: quando a instância for relativamente grande, algortimos exatos e os modelos que baseiam-se neles costumam consumir muito tempo na busca de uma solução. Métodos heurísticos e meta-heurísticas são alternativas para esta questão. Em verdade, literaturas recentes têm indicado que combinar as boas propriedades de métodos exatos e heurísticos é uma abordagem bastante promissora, como, por exemplo, em [5] e [6].

MÉTODOS

O modelo matemático

No modelo, são considerados os seguintes parâmetros e variáveis auxiliáres e de decisão, além dos conjuntos da Tabela 1:

1. $u[t,c]$ (parâmetro): Utilidade ordinal da relação professor-curso. Representa a preferência do professor t sobre o curso c. Cada professor informa uma lista de disciplinas por ordem decrescente de preferência;
2. $load[t]$ (parâmetro): Carga horária que o professor t deve satisfazer com a graduação;
3. $x[t,c,d,s,b]$ (variável de decisão): Variável indicadora do evento "o professor t é alocado ao curso c no dia d, tudo s e bloco de horário (ou *slot*) b";
4. $y[t,c]$ (variável auxiliar): Variável indicadora do evento "o professor t é alocado para ministrar o curso c";

5. $z[t,d]$ (variável auxiliar): Variável indicadora do evento "o professor t é alocado para ministrar *algum* curso no dia d".

Conjunto	Índice	Descrição
$\mathcal{T}, \mathcal{T}_d, \mathcal{T}_s$	t	Professores, professores do DE e professores substitutos
$\mathcal{C}, \mathcal{C}_{\text{grad}}, \mathcal{C}_{\text{ext}}$	c	Disciplinas, disciplinas da graduação e disciplinas externas
$\mathcal{D}$	d	Dias da semana
$\mathcal{S}$	s	Turnos: manhã, tarde, noite
$\mathcal{B} \equiv \{1,2\}$	b	1º ou 2º horário
$\mathcal{P}, \mathcal{P}_b$	p	Períodos em geral e períodos em que há disciplinas do ciclo básico
$\mathcal{C}_p$	c	Disciplinas da graduação discriminadas por período
$\mathcal{N}$	n	Potenciais alunos formandos
$\mathcal{F}_n$	c	Disciplinas do aluno formando n
$\mathcal{D}_{\text{pós}}$	(t,d)	Dias em que o professor t dá aulas na pós-graduação
$\mathcal{H}$	(t,d,s,b)	Horários prefixados da pós-graduação, que devem ser impedidos
$\mathcal{L}$	(t,d,s,b)	Restrições de horários de professores
$\mathcal{A}_p$	(d,s,b)	Cursos externos da graduação por período
$\mathcal{E}$	(c,d,s,b)	Horário das disciplinas externas

Tabela 1: Descrição dos conjuntos e índices utilizados no modelo.

O problema de otimização

Pretende-se maximizar a quantidade

$$Q = \sum_{T}\sum_{C} u\,[t,c]y[t,c] - M\sum_{T}\sum_{D} z\,[t,d]$$

no espaço definido pelas restrições:

$$\sum_{D}\sum_{S}\sum_{B} x\,[t,c,d,s,b] = 2y[t,c], \forall t \in T, c \in C$$

$$\sum_{C}\sum_{S}\sum_{B} x\,[t,c,d,s,b] \leqslant 6z[t,d], \forall t \in T, d \in D$$

$$\sum_{C} y\,[t,c] \leqslant load[t], \forall t \in T_d$$

$$z[t,d] = 1, \forall (t,d) \in D$$

$$\sum_{C} x\,[t,c,d,s,b] = 0, \forall (t,d,s,b) \in H$$

$$\sum_{C} x\,[t,c,d,s,b] \leqslant 1, \forall t \in T, d \in D, s \in S, b \in B$$

$$\sum_{T} y\,[t,c] = 1, \forall c \in C$$

$$\sum_{C}\sum_{D}\sum_{B} x\,[t,c,d,\text{noite},b] = 0, \forall t \in T_d$$

$$\sum_{T}\sum_{S}\sum_{B} x\,[t,c,d,s,b] + \sum_{T}\sum_{S}\sum_{B} x\,[t,c,d+1,s,b] \leqslant 1, \forall c \in C, d \in D$$

$$\sum_{T}\sum_{C_p}\sum_{A_p} x\,[t,c,d,s,b] = 0, \forall p \in \{1,2,3,4\}$$

$$\sum_{T}\sum_{C_p} x\,[t,c,d,s,b] \leqslant 1, \forall p \in \{0,1,\ldots,8\}, d \in D, s \in S, b \in B$$

$$\sum_{T} x\,[t,c,d,s,b] = 1, \forall (c,d,s,b) \in E$$

$$\sum_{T} \sum_{F_n} x\,[t, c, d, s, b] \leqslant 1, \forall n \in \{1,2, \dots, N\}, d \in D, s \in S, b \in B$$

$$\sum_{C} x\,[t, c, d, s, b] = 0, \forall (t, d, s, b) \in B$$

RESULTADOS E CONCLUSÕES

O modelo foi implementado em AMPL e resolvido usando o *software* Gurobi 5.6 (www.gurobi.com). O modelo para o semestre 2014.2 teve 903 variáveis binárias e 1.760 restrições. Uma única solução foi encontrada em menos de 2 segundos em uma máquina Linux com processador AMD *quad-core* e 4GB de RAM. Para solução apresentada na Tabela 2, explorou-se 273 nós, com 19.587 iterações do simplex, em 1,47 segundos. Por causa deste modelo, construir esquemas semanais de horários que sejam viáveis tornou-se uma tarefa trivial. A negociação com os professores também foi simplificada. Se novas condições surgem, é possível testar rapidamente diferentes cenários. Os horários para os semestres 2014.2, 2015.1 e, mais recentemente, 2015.2, em que o modelo foi usado, foram bem recebidos e implementados pelo departamento sem maiores problemas.

Professor	Dias	Lista de preferências
1	2	8, 4, 3, 1, 7, 9, 5, 10, 6, 14
2	2	18, 21
3	2	11, 5, 6, 13, 23
4	2	7, 5, 1
5	2	2, 9, 14, 22, 19, 24, 25
6	2	2, 11, 12, 20, 16, 17, 18, 24, 32, 25
7	2	25, 26
8	2	21, 16, 17, 25
9	2	2, 8, 5, 4, 10, 1, 18, 20, 23
10	3	4, 5, 8, 9, 10, 22, 23, 12, 25
11	2	1, 7, 21, 16, 25
12	2	12, 5, 25, 26
13	2	5, 8, 10, 21, 19
14	2	9, 11, 15, 20, 18, 21, 23, 24
15	2	16, 17, 25
16	2	6, 15, 5, 10, 11, 12, 13, 19, 20, 23, 24
17	2	4, 10, 2, 23, 8
18	3	19, 1, 3, 7, 21, 32, 25
Substituto	2	31, 32, 23

Tabela 2: Alocação para o semestre letivo de 2014.2. Legenda: verde indica disciplina alocada; vermelho indica disciplina alocada fora da lista inicial; laranja indica disciplina adicionada a lista inicial de preferências e azul indica disciplinas alocadas para professores temporários.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer aos professores do DE/UFPE Raydonal Ospina e Geiza Silva pela participação nesta pesquisa. Também, ao CNPq/UFPE e à FACEPE (APQ-0446-3.08/12) pelo suporte financeiro ao projeto.

REFERÊNCIAS

[1] C. H. Papadimitriou and K. Steiglitz. Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. Dover Publications, 1982.

[2] S. Even, A. Itai, and A. Shamir. On the complexity of timetable and multi-comodity flow

problems. 1975.

[3] Gerhard Post, Luca Di Gaspero, JeffreyH. Kingston, Barry McCollum, and Andrea Schaerf. The third international timetabling competition. Annals of Operations Research, pages 1– 7, 2013. ISSN 0254-5330. doi: 10.1007/s10479-013-1340-5. URL http://dx.doi. org/10.1007/s10479-013-1340-5.

[4] J. Havas, A. Olsson, J. Persson, and M.S. Schierscher. Modeling and optimization of university timetabling - a case study in integer programming. Goteborgs universitets publikationer, 2013.

[5] L.N. Ahmed, E. Ozcan, and K. Ahmed. Solving high school timetabling problems worldwide using selection hyper-heuristics. Expert Systems with Applications, 42(13):5463 – 5471, 2015.

[6] H.G. Santos. Formulações e algoritmos para o problema de programação de horários em escolas, 2007.