XXIII CONIC
VII CONITI
IV ENIC

O PROBLEMA DA DIVERSIDADE MÁXIMA DE GRUPOS: ABORDAGENS HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS

Joelma Mayara da Silva[1]; Geiza Cristina da Silva[2]

[1]Estudante do Curso de Estatística - CCEN – UFPE; E-mail: jmds1@de.ufpe.br,
[2]Docente/pesquisador do Depto de Estatística – CCEN – UFPE. E-mail: geiza@de.ufpe.br.

Sumario: Este relatório está organizado da seguinte forma: A seção 1 introduz o problema tratado. A seção 2 apresenta o Problema da Diversidade Máxima. Na seção 3 estão descritos os métodos sugeridos para obter soluções para o problema. Os resultados estão dispostos na seção 4, chegando as conclusões finais na seção 5.

Palavras–chave: metaheurísticas; problema de k-partição; problema de partição equilibrada

INTRODUÇÃO

O Problema da Diversidade Máxima de Grupos – PDMG (*Maximally Diverse Grouping Problem* – MDGP), da área de Otimização Combinatória, tem por objetivo particionar um conjunto de elementos em subconjuntos menores, chamados *grupos*, de maneira que a *diversidade* entre os elementos em cada grupo seja a maior possível. Em Feo et al. (1992) foi provado que o PDMG é NP-hard. Os problemas de otimização desta natureza são caracterizados por grandes espaços de soluções dificultando, com isso, a obtenção de uma solução de custo ótimo através de um algoritmo exato, em um tempo computacional suportável. Por este motivo, métodos que gerem soluções aproximadas são cada vez mais aplicados na área. Um algoritmo aproximativo ou heurístico é um método de obtenção de soluções para um determinado problema que não garante que as soluções obtidas sejam necessariamente ótimas, mas que tenham proximidade do ótimo em tempo de computação viável. Dentre os mais diversos métodos heurísticos encontram-se as metaheurísticas que têm se mostrado bastante eficientes no que se trata dos fatores de qualidade da solução e tempo de computação. Neste trabalho são apresentadas metodologias para gerar soluções para o problema, baseadas na metaheurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), além de um algoritmo híbrido de GRASP e VND (*Variable Neighborhood Descent*).

O PROBLEMA DA DIVERSIDADE MÁXIMA DE GRUPOS (PDMG)

O PDMG é o problema de, a partir de um conjunto N de cardinalidade n, selecionar elementos para compor m grupos, $m \leq n$, de modo que a diversidade entre os elementos em cada grupo seja maximizada. Existem duas variantes do PDMG: Uma em que todos os grupos têm a mesma quantidade de elementos, isto é, $k = n/m$ elementos. A outra, permite tamanhos variáveis de grupos. Isto é, o número cg de elementos de um grupo g é definido no intervalo $[ag, bg]$, com $ag \leq bg$, $g = 1, 2, ..., m$. Ambas as variantes podem ser formuladas como um problema de programação inteira considerando-se xig ($i = 1, 2, ..., n$ e $g = 1, 2, ..., m$) as variáveis binárias que se tornam 1, se e somente se o elemento i pertence ao grupo g e 0, caso contrário. O índice de diversidade representa o grau de diferença existente entre os atributos dos elementos i e j, que pode ser entendida como a distância entre eles e deve ser calculada usando-se uma dentre as métricas de distâncias existentes. De acordo com a área de aplicação, uma métrica pode refletir melhor o problema que outra (Kochenberger e Glover, 1999).

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Heurísticas GRASP Propostas

A metaheurística GRASP proposta inicialmente por Feo e Resende (1995) tem se mostrado bastante eficiente para resolver diversos problemas de otimização combinatória. É um método iterativo composto por duas fases: construção de uma solução e busca local.

A fase de construção tem algumas propriedades particulares, pois, é ao mesmo tempo iterativa (constrói uma solução elemento à elemento), gulosa, randômica e adaptativa (a escolha do próximo elemento da solução parcial é influenciada pelas escolhas anteriores). Para a seleção do próximo elemento da solução parcial, a princípio todos os candidatos são considerados, contudo o número de candidatos em muitos casos pode ser elevado, por isso, geralmente, é considerada apenas uma lista restrita de candidatos (LRC). O tamanho da LRC é $p = 1 + \alpha (a - 1)$, onde a é o número total de elementos candidatos e α é um parâmetro de entrada do método. A partir de uma LRC, seleciona-se um elemento deste conjunto aleatoriamente e não necessariamente o melhor. Esta escolha aleatória permite que este procedimento possa ser usado várias vezes para obter soluções distintas. Pela forma como são construídas as soluções na etapa inicial, estas não representam na maioria dos casos um ótimo local, daí ser fortemente recomendada uma etapa de busca local. O critério de parada do GRASP geralmente é o número máximo de iterações e a solução final GRASP é a melhor solução obtida ao fim da execução. Implementou-se dois algoritmos de construção nos moldes GRASP denominados Construção 1 e Construção 2. Foram implementados seis algoritmos de busca local variando entre eles a estratégia de busca e a estrutura de vizinhança adotada. Foram utilizadas duas diferentes estratégias de varrer a solução vizinhança. Na primeira estratégia, conhecida como primeiro de melhora, realiza-se o primeiro movimento que este melhora a solução corrente. Na segunda estratégia todos os possíveis movimentos são examinados e o melhor movimento da iteração é realizado. Utilizou-se de três estruturas de vizinhanças. São elas: Troca de 2 elementos em que ocorre a troca de dois elementos pertencentes a dois grupos diferentes; Troca de 3 elementos onde os mesmos são trocados entre três grupos diferentes; e Realocação que é utilizada em instâncias onde os grupos têm tamanhos diferentes, realocando-se um elemento de um grupo para outro. Foram combinados algoritmo de construção, par de estratégia de busca e tipo de vizinhança para gerar 12 algoritmos do tipo GRASP.

3.2 Heurística GRASP+VND Proposta

A metaheurística VND tem o objetivo de escapar de ótimos locais, pela exploração sistemática de diferentes vizinhanças em uma solução. Considera-se *kmax* estruturas de vizinhanças $N^{(k)}$ (k = 1, ..., *kmax*) e uma solução corrente s. O procedimento é iniciado com k = 1 e um *loop* é executado enquanto $k \leq kmax$. Para cada k, os possíveis movimentos são avaliados. Se houver melhora, a solução obtida passa a ser a solução corrente e k é reiniciado em 1. Quando toda uma vizinhança k é explorada e não pode ser encontrado nenhum movimento que melhore a solução corrente, k é incrementado.

Neste trabalho propôs-se um algoritmo híbrido GRASP e VND da seguinte forma: os algoritmos de busca local utilizados nos algoritmos GRASP são substituídos pelo método de busca em vizinhança variável, o VND. São utilizadas as três estruturas de vizinhanças: Realocação, Troca de 3 elementos e Troca de 2 elementos, nesta ordem. Utilizando-se dos algoritmos de construção descritos na seção 3.1, gerou-se dois algoritmos híbridos: GVND1 e GVND2.

RESULTADOS

Esta seção descreve os experimentos computacionais realizados para testar a eficiência dos procedimentos discutidos anteriormente. Todos os métodos foram implementados em C. Todos os testes foram conduzidos em um processador Intel Core i7-4770 8 Threads com

16 Gb de RAM e Ubuntu 14.04 64 bits. Os experimentos foram realizados sobre 480 instâncias do problema. Este conjunto de instâncias, referido como MDGPLIB, é disponibilizado em http://www.optsicom.es/mdgp. Nos experimentos apresentados a seguir foram computados para cada instância a melhor solução obtida durante a execução de cada método em questão. Em seguida, foram calculados os desvios percentuais entre a melhor solução encontrada por cada método e o melhor valor levando em consideração todos os métodos. Utilizou-se como critério de parada tempo, e este varia de acordo como tamanho do problema.Os parâmetros utilizados no algoritmo de construção da solução inicial foram estabelecidos através de testes preliminares, como: α = 0,1, MAX_CAND = 1500. Primeiro foram testados os algoritmos GRASP puros. Os experimentos mostraram que o algoritmo de Construção 2 retorna para o método GRASP resultados ligeiramente melhores. Pôde-se verificar também que os algoritmos de busca que utilizam a estratégia primeiro de melhora obtêm melhores resultados que a de melhor vizinho. Quanto às estruturas de vizinhanças nota-se grandes diferenças de desempenho. A estrutura que propõe a troca de 2 elementos se mostra mais eficiente que as demais. Dois algoritmos destacaram-se diante dos demais apresentando resultados muito próximos e doravante serão chamados de G1(utilizando a construção 1) e G2(utilizando a construção 2). Na tabela 1 é apresentada a comparação de desempenho entre os dois melhores algoritmos GRASP e os algoritmos híbridos GRASP e VND, levando-se em conta desvio percentual e o número de melhores soluções, e destacando-se em negrito os melhores resultados. Nota-se uma melhora significante nos resultados obtidos pelos métodos que utilizam como busca local a metodologia VND, com as três vizinhanças trabalhando conjuntamente, ante àqueles que exploram uma única estrutura de vizinhança. Dentre todos os algoritmos propostos, quando comparados aos melhores resultados da literatura, o que teve melhor resultado médio foi o GVND2 ficando à 1,15% destes.

Tabela 1 – Comparação entre os métodos GRASP e híbridos GRASP e VND

Alg.	**G1**	**G7**	**GVND1**	**GVND2**
Desvio (%)	3,23	3,22	2,51	**0,80**
#Best	178	179	**328**	298

Uma análise interessante do comportamento dos algoritmos pode ser feita quando verificou-se os resultados alcançados pelos algoritmos propostos separados por tamanho de instâncias, conforme em gallego et al. (2013). É interessante notar que conforme aumenta-se as instâncias, os algoritmos GRASP puros sofrem uma queda de desempenho, por outro lado, os GRASP+VND permanecem liderando com as melhores soluções. Há ainda de se destacar que o algoritmo GVND1 apresenta uma melhor performance que GVND2 para instâncias de maiores dimensões.

Tabela 2 – Comparação entre os métodos GRASP e híbridos GRASP e VND por tamanho de instância

Tamanho de Instância	**Alg.**	**G1**	**G7**	**GVND1**	**GVND2**
$n \leq 60$ (240 instâncias)	**Desvio (%)**	5,20	5,18	4,99	**1,50**
	#Best	173	174	**203**	193
n = 120 e n = 240 (120 instâncias)	**Desvio (%)**	1,39	1,40	**0,05**	0,13
	#Best	4	6	**60**	50
n = 480 e n = 960 (120 instâncias)	**Desvio (%)**	1,15	1,12	**0,03**	0,05
	#Best	0	0	**65**	55

CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se novos métodos baseados em GRASP para gerar soluções viáveis para o PDMG. Além disso, foi proposta uma versão que utiliza o algoritmo GRASP em conjunto com uma busca em vizinhança variável, método conhecido como VND. Para isto utilizou-se três estruturas de vizinhança diferentes. Mostrou-se que este método híbrido tem maior capacidade para escapar de ótimos locais, visto que em média seus resultados são melhores do que o GRASP puro, sobretudo em instâncias de médio e grande porte.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à FACEPE pelo financiamento parcial da pesquisa (APQ-0446-3.08/12) e a PROPESQ pela bolsa PIBIC fornecida à aluna.

REFERÊNCIAS

Feo, T.; Goldschmidt, O.; Khellaf, M. (1992), One-half approximation algorithms for the k-partition problem, *Operations Research* 40, 170–173.

Kochenberger, G.; Glover, F., Diversity data mining, Relatório Técnico, The University of Mississipi, 1999.

Gallego, M.; Laguna, M.; Martí, R.; Duarte, A. (2013), Tabu search with strategic oscillation for the maximally diverse grouping problem, Journal of Operational Research Society 64, 724-734.

Resende, M.G.C.; Ribeiro, C.C.; GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedures, Search Methodologies, 2nd edition, E.K. Burke and G. Kendall (Eds.), Chapter 11, pp. 287-310, Springer, 2014.