

UM ESTUDO SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM NO CONCEITO DE LIMITE DE FUNÇÃO A LUZ DA TEORIA DE IMAGEM CONCEITUAL E DEFINIÇÃO CONCEITUAL

Luan Danilo Silva dos Santos¹; Kátia Silva Cunha²

¹Estudante do Curso de Matemática Licenciatura- CAA – UFPE; E-mail: danilo.ldss@hotmail.com,

²Docente/pesquisador do Núcleo de Formação Docente – CAA – UFPE. E-mail: kscunha@gmail.com.

Sumário: O presente trabalho teve como objetivos investigar as práticas pedagógicas no ensino e na aprendizagem do conceito de limite de função de uma variável real no Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, analisando, sobretudo, as imagens conceituais dos alunos acerca do conceito supracitado. Para o desenvolvimento da pesquisa foi realizada inicialmente a pesquisa bibliográfica com o intuito de mapear quais os trabalhos que já foram realizados nessa área de estudo evitando-se a redundância e estabelecendo a base para o referencial teórico. Além da pesquisa bibliográfica, realizamos uma pesquisa de campo com caráter diagnóstico, direcionada a estudantes e professores do curso que objetivava levantarmos questões relevantes tanto às Imagens Conceituais dos estudantes quanto às dificuldades que os professores elencam no que concerne ao ensino e apreensão do conceito de limite. Diante dos resultados obtidos, conseguimos evidenciar algumas lacunas no ensino evidenciadas através das definições equivocadas acerca do conceito estudado que os estudantes demonstraram ao realizar a atividade diagnóstica. Diante do exposto, é sugerida uma estratégia didática para o ensino de limite de função de uma variável real, de forma que organize o pensamento dos discentes e possibilite novas estratégias de aprendizagens em sala de aula.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem; imagem e definição conceitual; limite de função;

INTRODUÇÃO

Pesquisas têm mostrado que para muitos estudantes, calcular o limite de uma função resume-se a encontrar uma forma de substituir o ponto na função utilizando-se de manipulações algébricas adequadas. Isso evidencia a ausência de relação entre as noções intuitivas e formais do conceito. Geralmente, o conteúdo de limites se torna muito simplificado na maneira com que é transmitido, e isso pode acarretar, em uma confusão conceitual. Para Tall e Vinner (1981), o processo para a aprendizagem do conceito passa necessariamente pelo caminho das imagens conceituais para as definições conceituais. Segundo os autores (*idem*), para que um determinado conceito seja entendido, há uma necessidade de familiarizar-se com ele antes de sua formalização. E essa familiarização está intrinsecamente ligada à imagem mental do conceito (Imagem Conceitual) que o indivíduo consegue criar sobre o mesmo de forma intuitiva. Em geral, afirma que, a *Imagem Conceitual* descreve toda a estrutura cognitiva que se desenvolve por meio de experiências, mudando tanto quando o indivíduo encontra novos estímulos, quanto amadurece. Contudo, as imagens criadas podem ser erradas nessa fase inicial, porém é importante que sejam criadas, pois elas vão se refinando de um modo que a busca para o entendimento formal do conceito (Definição Conceitual) seja cada vez mais próximo do rigor matemático, através das intervenções docentes. Aqui, esclarecemos que *Definição Conceitual* é um termo usado para especificar certo conceito. A ausência de relação entre intuição e rigor parece contribuir para um ensino mecânico onde os estudantes executam um algoritmo, porém não sabem o que estão fazendo, não conseguem lidar com questões práticas ligadas ao conteúdo e não o compreendem. Além das dificuldades supracitadas,

vemos que as formas de trabalho também nos trazem insatisfação, seguindo o mesmo tratamento adotado por livros didáticos, ou seja, centrado na definição de conceitos, dificultando ao aluno conferir-lhe significado e aplicações como nos mostra Holanda (2015). Essa afirmação do ensino tradicional sufoca os sujeitos com regras, definições e formalismos totalmente abstraídos. Assim, a capacidade de pensar, de criar e a lógica do sujeito serão substituídos pela necessidade de repetir um algoritmo para alcançar o desempenho que é esperado. Diante deste cenário, nossa pesquisa teve por objetivo entender como se estrutura a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real, doravante denominado "Cálculo I", analisar quais as relações entre imagens conceituais e as definições conceituais que se manifestam no ensino de limite de função de uma variável real e discutir alternativas para sanar as dificuldades encontradas. Utilizamos como principal referencial teórico os estudos de Imagem Conceitual e Definição Conceitual apresentada por Tall e Vinner (1981), para mostrar a diferença entre o processo pelo qual um determinado conceito é concebido e quando ele é formalmente definido tendo como objeto de alunos curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Centro Acadêmico do Agreste (CAA).

MATERIAIS E MÉTODOS

Na metodologia utilizamos da pesquisa bibliográfica e de campo. A primeira para fundamentar nossa argumentação sobre o conceito de limite, analisar a literatura existente nessa área, além de fundamentar nossa abordagem empírica a partir de Tall e Vinner (1981) além de outros trabalhos relacionados à apreensão do conceito de limite. A segunda consistiu na criação, aplicação e análise de questionários direcionados a dezoito estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UFPE –CAA que cursavam a disciplina de cálculo I e a cinco professores dessa mesma instituição nos quais atuam ou atuaram como docente da disciplina. As questões direcionadas aos estudantes consistiam em investigar aspectos referentes à aprendizagem de limite a fim de evidenciar quais os elementos que compõem a Imagem Conceitual dos mesmos acerca do conceito. Já as questões direcionadas aos professores tinham como objetivo fazer um levantamento das principais dificuldades no que concerne ao ensino de limite com o intuito de servir de análise em relação às dificuldades quanto à aprendizagem.

RESULTADOS

A análise dos dados revelou uma lacuna entre as imagens conceituais evocadas pelos estudantes e o conceito formal de limite que impedem, por exemplo, a compreensão do conceito, além de possíveis causas da não apreensão do mesmo. A análise feita a partir das respostas direcionadas aos professores referentes à como o ensino de limite é transmitido e as possíveis razões para o erro. A análise evidenciou que quase em toda a totalidade, os professores afirmam que a impossibilidade quanto a apreensão de limite se justifica diante da falta de uma base sólida de matemática elementar. Evidenciando apenas o cálculo dos algoritmos. Em relação aos alunos a primeira questão tinha como objetivo identificar os aspectos de Definição Conceitual e Imagem Conceitual com a escrita livre do estudante. Nessa questão estávamos interessados em verificar como o aluno interpretava a existência de um limite de uma função em um ponto. Na mesma, observou-se que mais de 60% dos estudantes investigados apresentaram definições informais em que o limite se aproxima de um valor ou tende a um valor, sem alcançá-lo, apontando assim para o problema da dicotomia dinâmica/estática do conceito dinâmico de limites. A segunda questão tinha o objetivo de investigar como o aluno interpreta geometricamente a existência do limite de uma função na junção algébrica e gráfica Os gráficos da questão trabalhavam com limites em um ponto, limites infinitos e limites no infinito. Os itens que trabalhavam com limites no infinito tiveram índices de acerto de 67% na terceira função e, dentre os que erraram, a resposta que mais

apareceu foi que o limite daria infinito. Disso, podemos inferir que existe uma dificuldade por parte de alguns estudantes em analisar, a partir do gráfico, o comportamento de uma função. Nessa mesma questão, tínhamos $\lim_{x \rightarrow 3} l(x)$ onde 3 não fazia parte do domínio da função l . Dos dezoito estudantes participantes, doze (equivalente a 66,7%) acertaram os limites laterais e no ponto, um deles não respondeu e os outros cinco não conseguiram interpretar corretamente a aproximação lateral, isto é, quando x se aproximava de 3 pela direita e pela esquerda dando como resposta: limite igual a 0. Na terceira questão da atividade, fizemos o inverso da questão anterior, ou seja, ao invés de sairmos do gráfico para determinar o limite, saímos do limite para determinar o gráfico da função. Essas são duas competências que o Cálculo propõe e que muitas vezes não consegue alcançar. Nessa questão, também é possível explorar a imagem algébrica e gráfica do estudante em relação a limites laterais e infinitos. Dessa forma, eles precisaram analisar o comportamento na vizinhança para construir o gráfico. Para ajudar nessa construção, ainda foi colocado um sistema de eixos com as respectivas assíntotas. O objetivo principal dessa questão era explorar quais imagens conceituais os alunos haviam formado a partir da simbologia e se essas imagens poderiam ser transportadas para a representação gráfica, se tratando de limites laterais, infinitos e no infinito. Como resultado, concluímos que a transposição do cálculo para o gráfico apresentou, nessa atividade, um índice baixo de acertos, o que evidenciou a dificuldade dos estudantes em visualizar o comportamento de uma função quando se fala dos limites dela. Na quarta questão da atividade tínhamos como objetivo investigar a compreensão dos estudantes ao aplicarmos o conceito de limite em uma situação. Era uma atividade que envolvia uma situação de contextualização do cálculo de limite de função. Nela foi dada inicialmente uma função que calcula em u.m. (unidades monetárias) o custo para remover detritos tóxicos despejados em um aterro; a variável x é o percentual de detrito a ser removido. Em seguida, foi solicitado ao estudante: calcular o custo referente à remoção de 20%, 40% e 60% e analisar o que acontece quando o valor percentual – o valor de x – se aproxima de 100 por valores menores que 100. Para nossa preocupação, 50% dos participantes não respondeu essa questão. Dos que responderam, A12 respondeu apenas a letra **a** e A14 calculou o limite da função para valores de x se aproximando de 100, entretanto não inferiu nenhum comentário a respeito do resultado. Na quinta e última questão, buscamos trabalhar indiretamente com a definição formal buscando analisar se os estudantes conseguem argumentar a definição de limite, se conseguem perceber a presença e a importância dos intervalos na definição e se conseguem formar uma definição conceitual pessoal coerente sobre tal conceito. Contudo, apenas três (16,7%) estudantes não responderam essa questão e outros três deles responderam apenas a letra **a**: A09 “*significa que o limite do erro está quase irreconhecível*”, A10 e A15 “*o valor de ε diminui*” “*o valor de ε é pequeno*”. O Estudante A09 fuge do conceito de limite ao dar sua resposta, A10 e A15, observam que o valor de ε também diminuirá, mas não argumenta sobre o fato.

DISCUSSÃO

Como discussão do nosso trabalho, buscamos refletir que, da maneira que o ensino de Cálculo I, no CAA, é tratado com mais enfoque em listas de exercícios, uso exaustivo do livro didático, etc. Essas atitudes docentes – tratar o ensino de limite como sendo uma técnica para a resolução de algoritmos e trabalhar excessivamente simbologias sem ao menos discuti-las - podem criar um bloqueio na mente do aluno, fazendo com que ele repila qualquer simbologia que foi criada justamente para facilitar a comunicação, como aborda Zuchi (2005) além de não dar mínimas chances para que os mesmos criem alguma imagem do conceito estudado, levando em consideração que o discente considera a aprendizagem em cálculo I como um mero método para resolução de algoritmos. Mas como mudar isso? Como mudar considerando as explicações levantadas pelos docentes, de falta de base matemática, ementa longa etc., e alcançar um êxito ao ensinar e apreender o conceito de limite? Questões como essas podem ser discutidas tendo como base todo o resultado da pesquisa.

CONCLUSÕES

De uma forma geral, tivemos a crença de que a união de fatores externos, internos e psicológicos possa ser que chegue próximo da resposta daquilo que impossibilita a falta de apreensão do conceito. A afirmação é rica em complexidade e incerta. Contudo, mesmo sendo uma tarefa complexa e incerta, podemos criar alternativas para que, cada vez mais, o trabalho docente acerca de ensino de limite de função de uma variável real, torne-se cada vez mais satisfatório e ofereça oportunidades para que o aluno consiga organizar o seu pensamento diante do conceito de limite criando relações de imagens próprias do assunto com suas respectivas definições. Uma dessas alternativas poderia ser uma sequência didática que planeje o trabalho em função do nosso objetivo didático pré-determinado. Esta sequência didática seria uma forma de sequenciar propostas de ações sucessivas, focadas no mesmo tema, tópico de aprendizagem e objetivo que vão permitindo a explicitação do conceito de limite. Zuchi (2005) afirma que os efeitos didáticos de uma sequência didática bem elaborada caracterizam-se como momentos decisivos para o sucesso e para a continuidade da aprendizagem de um determinado conteúdo. Diferentemente da sequência que os livros mais abordados pelos professores de Cálculo I utilizam, esta sequência didática tem por objetivo, como dito anteriormente, organizar atitudes docentes na sala de aula que propiciem a criação de imagens conceituais acerca de limite. Já vimos em Holanda (2015) os pontos de ruptura do conhecimento científico em torno de limites. Logo pode-se usar na sequência recursos didáticos que trabalhem justamente esses pontos assim como abordado em Zuchi (2005). Como dito anteriormente quanto à complexidade de se ensinar limite, sugerimos também, a partir da aplicação da sequência, anotar algumas observações para posteriormente, analisá-las com intuito de sempre tornar a sequência cada vez mais específica.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à Força maior que me move, à confiança e principalmente paciência que minha orientadora Kátia Silva Cunha depositou em mim. A Dorghisllany Holanda, que começou esse projeto e depois caminhou comigo mesmo já estando no Mestrado. Aos professores e alunos que permitiram a pesquisa e ao PIBIC/CNPq pelo apoio financeiro que foi de suma importância.

REFERÊNCIAS

HOLANDA, D. S. **Investigando as imagens conceituais de estudantes universitários em relação ao conceito de limite de função de uma variável real**. 2015. 65 p. TCC (Graduação) - Curso de Matemática Licenciatura, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2015.

TALL, D. O.; VINNER, S. **Concept Image and Concept Definition in Mathematical with particular reference in Limits and Continuity**. Londres: Educational Studies In Mathematics, 1981. Cap. 12. p. 151-169.

ZUCHI, I. **A abordagem do Conceito de Limite via Sequência Didática: do ambiente lápis papel ao ambiente computacional**. 2005. 255 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.