

OPTIMIZAÇÃO ROBUSTA VIA PARTICLE SWARM OPTIMIZATION CONSIDERANDO O USO DE METAMODELOS

Igor Bezerra Nunes¹; Silvana Maria Bastos Afonso da Silva²

¹Estudante do Curso de Engenharia Civil - CTG – UFPE; E-mail: igorbn@globo.com ²Docente/pesquisador do Depto de Engenharia Civil/Estruturas – CTG – UFPE. E-mail: smb@ufpe.br

Sumário: No desenvolvimento do presente trabalho foi utilizado o algoritmo evolucionário do enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization – PSO*) visando obter soluções ótimas de funções analíticas e de problemas da engenharia estrutural. Este algoritmo é baseado no comportamento de revoada visto em muitas espécies de pássaros e não faz uso do cálculo de gradientes. Juntamente com o PSO foram utilizadas as técnicas que levam em consideração às perturbações decorrentes das incertezas das variáveis aleatórias a partir da formulação do problema de Otimização Robusta (OR). O valor médio e o desvio padrão são tomados como medidas de robustez e são obtidos através do método Monte-Carlo (MC). (A consideração de ambas as medidas simultaneamente leva a um problema de otimização robusta OMR). Devido ao custo computacional associado a múltiplas avaliações de funções tanto ao PSO quanto ao procedimento MC a técnica de aproximação pelo Método de Krigagem foi incorporada neste trabalho. Dois exemplos conhecidos da literatura foram aqui considerados.

Palavras-chave: Kriging; Otimização Robusta; Otimização por enxame de partículas (PSO);

INTRODUÇÃO

A maioria dos procedimentos de otimização utiliza algoritmos que fazem uso de gradientes devido principalmente à eficiência computacional destes na obtenção do ponto de ótimo. Entretanto, na última década algoritmos evolucionários, que não requerem cálculo de gradientes têm atraído atenção da comunidade científica. Aqui foi preconizado o uso do algoritmo por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization - PSO*)[1]. Embora a técnica acima requiera muito mais avaliações de funções para encontrar uma solução ótima, quando comparadas com algoritmos que utilizam o cálculo de gradientes, os evolucionários apresentam várias vantagens, como, facilidade de programação; não necessitam da garantia de continuidade nas funções envolvidas na definição do problema; mais adequado na determinação de um ótimo global ou próximo do global. Tradicionalmente em otimização são considerados modelos de parâmetros determinísticos, porém, o desempenho das soluções pode cair significativamente devido às perturbações decorrentes das incertezas. Assim, um objetivo melhor seria um projeto ótimo que tenha um alto grau de robustez. O processo de encontrar este ótimo é chamado Otimização Robusta (OR)[2]. O método Monte-Carlo (MC)[3] para a análise de propagação de incerteza é aqui considerado para cálculo das medidas de robustez. A procura de projetos ótimos robustos surge como um problema de Otimização Multiobjetivo Robusta (OMR). Quando um problema multiobjetivo precisa ser resolvido, determinamos a fronteira de Pareto [1]. A geração de pontos de Pareto, o processo de MC e as numerosas avaliações na função objetivo pelo otimizador, torna toda a metodologia bastante onerosas, assim, técnicas de aproximação, baseada no uso do Método de Krigagem [4], foram então incorporadas neste trabalho e aplicados a dois casos conhecidos da literatura.

MATERIAIS E MÉTODOS

No desenvolvimento do trabalho foram considerados estudos sobre o código PSO [1], pois, a partir deste código foi implementada a ferramenta para a otimização robusta OR. As metodologias de criação de modelos substitutos: krigagem e Krigagem adaptativa, tiveram como suporte a caixa de ferramentas *Dace Toolbox™* [4]. A aproximação via Krigagem consiste em técnicas baseadas no ajuste de superfície a partir de dados amostrais. A idéia central da técnica é a consideração de uma correlação entre os pontos. Já a técnica adaptativa propõe uma atualização da amostra de geração do modelo substituto a partir da adição de pontos provenientes do próprio processo de otimização via PSO. Os dois exemplos aqui considerados foram estudados a partir da otimização uni e multiobjetivo via PSO e OR/OMR na função real e no modelo substituto. Os códigos foram desenvolvidos no ambiente de programação MATLAB [5], o código de base do PSO foi desenvolvido anteriormente em [1], entretanto, alguns ajustes foram feitos com o intuito de complementar o código com o método de MC, além disso, os códigos compreendem a geração da amostra da variável aleatória seguindo distribuições normais ou log-normais obtidas através do método de amostragem LHS (*Latin Hypercube Sample*) [4]. Foram criadas rotinas de pós-processamento para tratamento/filtragem dos resultados das otimizações, assim como, rotinas para automatizar a chamada do algoritmo de otimização conforme, o numero de otimizações, e alteração de parâmetros do PSO, etc.

RESULTADOS

1. Função analítica Matyas [7]: O problema de otimização utilizando esta função é o que segue:

$$\text{Minimizar} \quad f(x, y) = 0,26(x^2 + y^2) - 0,48xy \quad (18)$$

$$\text{Sujeito à} \quad \begin{aligned} & -10 \leq x, y < 10 \\ & f^*(0,0) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

1.1. Soluções determinísticas (Otimização uniobjetiva)

Na tabela abaixo encontramos os valores obtidos para 20 otimizações do PSO sem e com metamodelo criado a partir de amostras "LHS (Latin Hypercube Sample)" com 10^2 pontos.

Função	PSO	Krig. $f^*(x,y)_{\text{máx}}$	Krig. $f^*(x,y)_{\text{mín}}$	Média	Desvio Padrão
Matyas	$f^*(0,0)=0$	$f^*(0,0)=0,0007$	$f^*(0,0)=0,1448E$ 10-5	0.0003	0.0032

Tabela 1 Resultados PSO x Metamodelo Kriging

1.2. Soluções Robustas (Otimização multiobjetiva)

Considerou-se a variável "y" como estocástica adotando-se uma distribuição normal $N(0.5,0.001)$. Foi considerado uma amostra LHS com 10^3 pontos para o MC. A otimização multiobjetivo foi via MOPSO[1]. O Kriging teve amostra LHS com 10^2 pontos. Abaixo temos a frente de pareto e histograma para as métricas: média e desvio padrão consideradas na OMR.

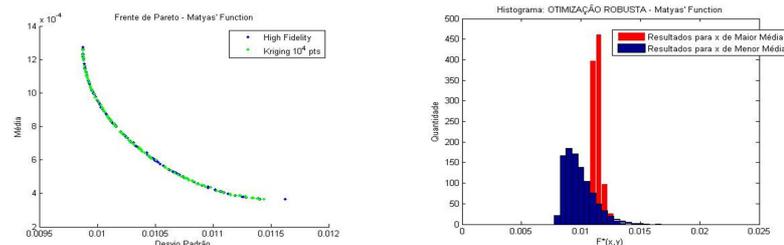


Figura 1 e 2 Frente de Pareto ORxOR+kriging/ Histograma OR Matyas' function

2. Problema da viga soldada

Este problema corresponde ao projeto de uma viga soldada, estudada em [6], representada pela figura abaixo:

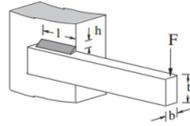


Figura 3 Apresentação das variáveis de projeto da viga soldada

As variáveis de projeto são $\{h, l, t, b\}$, conforme indicado na figura 3, com domínios limitados à $0.125 \leq h \leq 10$, e $0.1 \leq l, t, b \leq 10$. F vale 600 kN. A função objetivo a ser otimizada é o custo da viga, e é dado por:

$$c(h, l, t, b) = 1.1047h^2l + 0.04811tb(14.0 + l) \quad (8)$$

Sujeito à,

$$g_1(\tau) = 13600 - \tau \geq 0 \quad (9)$$

$$g_2(\sigma) = 30000 - \sigma \geq 0 \quad (10)$$

$$g_3(b, h) = b - h \geq 0 \quad (11)$$

$$g_4(Pc) = Pc - 6000 \geq 0 \quad (12)$$

$$g_5(\delta) = 0.25 - \delta \geq 0 \quad (13)$$

As expressões para τ , σ , Pc , e δ envolve as variáveis de projeto e são definidas pelas seguintes equações:

$$\tau = \sqrt{(\tau')^2 + (\tau'')^2 + l\tau'\tau''/\alpha} \quad (14)$$

$$\alpha = \sqrt{0.25(l^2 + (h+t)^2)} \quad (15)$$

$$Pc = 64746.022(1 - 0.0282346t)tb^3 \quad (16)$$

$$\delta = \frac{2.1952}{t^3b} \quad (17)$$

$$\tau' = \frac{6000}{\sqrt{2hl}} \quad (18)$$

$$\tau'' = \frac{6000(14 + 0.5l)\alpha}{2\{0.707hl(l^2/12 + 0.25(h+t)^2)\}} \quad (19)$$

2.1 Soluções determinísticas: Neste estudo foi considerado o PSO atuando no modelo de alta fidelidade, e atuando nos modelos Kriging e Kriging adaptativo. Os resultados estão indicados na Tabela 2 abaixo.

PSO	Mín.	Max	Média	Desvio Padrão	Nº de soluções violadas	% violação
Alta Fidelidade	2,3812	2,8740	2,4495	0,1138	5	17%
Kriging	5,5722	12,4085	7,5386	2,4479	1	5%
Krig. Adaptativo	4,3534	10,5266	6,8921	1,0479	1	5%

Tabela 2 Resultados - Viga Soldada

2.2 Solução Robusta: A metodologia desenvolvida para a OMR é agora aplicada para o caso em estudo. Para tal, foi definido uma variável aleatória, segundo uma distribuição log-normal com, métricas estatísticas, média (μ)=0.04811 e desvio padrão (σ)=.001. O teste consiste na otimização da função objetivo, levando em consideração o método APM (*Adaptive Penalty Method*) [6] como método de tratamento das restrições. A frente de Pareto obtida se encontra na Figura 4.

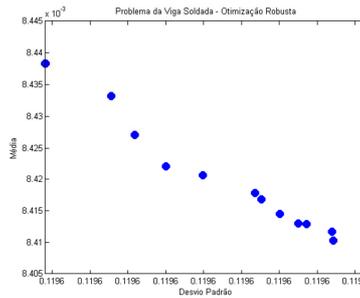


Figura 4 Frente de Pareto - Pb Viga Soldada

DISCUSSÃO

Verificou-se que para os dois problemas a convergência foi satisfatória tanto para o modelo de alta fidelidade via PSO quanto para os resultados obtidos a partir dos modelos substitutos (kriging e kriging adaptativo), constatando-se baixos valores de desvio padrão, com médias bastante próximas do resultado ótimo. No primeiro caso estudado, tanto para a otimização uniobjetivo quanto para o problema OMR verificou-se uma boa aproximação das Soluções. No que diz respeito às otimizações robustas, para valores mais altos de média da função objetivo, temos resultado mais conservador (maior probabilidade de ocorrência) associado a um desvio padrão reduzido, o segundo problema apresenta uma frente de pareto com poucos pontos devido à dificuldade de convergência do problema estudado ao valores ótimos não dominados.

CONCLUSÕES

Com os resultados, foi observado o quanto eficiente é o código do PSO, tendo em vista que nesses problemas houve convergência para as soluções já conhecidas. Porém, o elevado número de avaliações, principalmente quando associado ao processo de otimização robusta levou a um grande custo computacional, justificando o interesse da utilização de modelos substitutos. Observou-se que o modelo substituto foi eficaz ao atingir o valor ótimo, apresentando melhoria quando aplicada a metodologia adaptativa. Devido à escassez de exemplos de problemas estruturais com aplicação de OR na literatura, mais estudos detalhados considerando sua utilização devem ser realizados na continuidade deste projeto de pesquisa, que contará com maior familiarização dos parâmetros associados às metodologias utilizadas graças ao auxílio deste projeto realizado.

AGRADECIMENTOS

Gostaria agradecer ao CNPQ pelo apoio financeiro e a professora Silvana Maria Bastos Afonso pelo acolhimento, acompanhamento e dedicação com a qual ela me orienta.

REFERÊNCIAS

- [1]- Oliveira, L. C. 2008. Otimização Estrutural Utilizando o Algoritmo do Enxame de Partículas, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE
- [2]- BEYER, H. G.; SENDHOFF, B., "Robust optimization – A comprehensive survey". Computational Methods and Applications in Mechanical Engineering. 196 (2007).
- [3] MEYER, P. L. Probabilidade: aplicações à estatística, 2a ed., RJ, LTC. 1983.
- [4] -Lophaven, S. N. , A Matlab Kriging Toolbox, version 2.0, August 1, 2002
- [5]- MATHWORKS. MATLAB User's Guide. [S.l.]: Mathworks Inc., 2009.
- [6]- LEMONGE, A. C., & BARBOSA, H. J. An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization. international journal for numerical methods in engineering. Int. J. Numer. Meth. Engng 2004; 59:703–736, 2002.
- [7] OLDENHUIS, RODY. "Many test functions for global optimizers". 2012.