

COMUNICAÇÃO DIGITAL USANDO MAPAS CAÓTICOS

Gianpietro Di Matteo¹; Cecilio José Lins Pimentel²

¹Estudante do Curso de Engenharia Eletrônica - CTG – UFPE; E-mail: gianpietro.dimatteo@gmail.com,

²Docente do Departamento de Eletrônica e Sistemas – CTG – UFPE. E-mail: cecilio.pimentel@gmail.com.

Sumário: Este trabalho analisa o desempenho de um sistema de comunicação que usa mapas caóticos no processo de modulação. O sistema computacional é composto de um modulador, canal AWGN e demodulador que usa o algoritmo de Viterbi. A métrica a ser analisada é a probabilidade de erro de bit (BER, *bit error rate*). Através de simulações computacionais calcula-se a BER para diferentes valores da relação sinal ruído (SNR, *signal noise ratio*) afim de comparar o desempenho de diferentes mapas caóticos. O objetivo é testar a viabilidade de usar mapas caóticos para transmitir informação e determinar pontos de operação ótimos.

Palavras-chave: códigos corretores de erro; desempenho de sistemas de comunicações; mapas caóticos; simulação computacional;

INTRODUÇÃO

Um breve estudo sobre mapas caóticos revela um grupo de funções que, quando executadas repetidamente tendo como entrada um valor calculado anteriormente, apresentam uma grande excursão entre os valores obtidos. Sistemas caóticos são extremamente sensíveis ao valor inicial. Alterações em 10 casas decimais deste valor gera uma sequência que diverge da gerada anteriormente.

Diagramas de bifurcação [1] são utilizados para testar se a função em questão apresenta uma quantidade de possíveis valores fixos ou uma órbita aleatória. Inclusive serve para determinar os valores limites desta órbita. O expoente de Lyapunov quantifica o nível de sensibilidade com relação à escolha das condições iniciais. A condição inicial pode ser uma chave de um sistema criptográfico.

A primeira etapa deste projeto consiste em elaborar um programa computacional que gere uma sequência de bits aleatórios, simule o modulador, um canal ruidoso e um demodulador utilizando o algoritmo de Viterbi. Inicialmente, testamos o programa para um mapa conhecido na literatura, o *piecewise linear map* (PWL), ou mapa de Bernoulli. Assim, pode-se reproduzir os resultados obtidos na literatura para testar a funcionalidade do programa e seu desempenho para mapas com diferentes parâmetros. Em seguida testaremos outros mapas caóticos, começando pelo mapa da tangente hiperbólica. Também é de interesse comparar o desempenho destes mapas com a transmissão binária convencional que usa a modulação BPSK.

MATERIAIS E MÉTODOS

No caso de uma modulação binária BPSK, existem 2 símbolos, cada um representando um bit. Cada símbolo é codificado em pulsos retangulares que, quando normalizados, assumem os valores +1 e -1, o primeiro representando o bit 1 e o último o bit 0. O mapa de Bernoulli [2,3] apresenta uma função caótica que tem 2 símbolos de entrada e efetua uma transmissão binária. No entanto, ao invés de o sinal assumir os valores +1 e -1, este pode assumir valores uma faixa entre -1 a -p, e p a 1. O parâmetro

$p < 1$ garante uma faixa de guarda que aumenta a confiabilidade da decodificação em presença de ruído branco (AWGN, additive white gaussian noise). É válido notar que a medida que p se aproxima de 1, a segurança decresce, assim como a BER e o sistema aproxima-se de uma transmissão BPSK.

Outro mapa avaliado foi o mapa tangente hiperbólica (TanH) proposto pelo orientador deste trabalho em [4]. Este mapa depende de uma variável, b , que define qual a simetria do mapa (se $b = 0$, simetria par, chamamos de eTanH ou se $b = 1$, simetria ímpar, chamamos de oTanH), bem como depende da variável r , que define o formato do mapa e sua faixa de guarda. A medida que p se aproxima de 1 o mapa de Bernoulli se aproxima de um BPSK, à medida que r aumenta a função TanH aproxima-se também de um BPSK. Desta forma, o parâmetro r especifica uma região pouco visitada do mapa, funcionando como uma faixa de guarda, que protege a decodificação do sinal em detrimento da aleatoriedade (segurança). Abaixo segue a função TanH e sua inversa:

$$f(x) = \begin{cases} e \cdot \tanh(r \cdot (x + 1)) - 1, & x < 0 \ (I_0) \\ (-1)^b \cdot (e \cdot \tanh(-r \cdot (x - 1)) - 1), & x \geq 0 \ (I_1) \end{cases}$$

em que $e = 2/\tanh(r)$, $r > 0$, e

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{r} \cdot \tanh^{-1}\left(\frac{(x + 1)}{e}\right) - 1, & x < 0 \ (I_0) \\ -\frac{1}{r} \cdot \tanh^{-1}\left(\frac{(-1)^b \cdot x + 1}{e}\right) + 1, & x \geq 0 \ (I_1) \end{cases}$$

A codificação e decodificação são realizadas utilizando a função inversa. Para a decodificação utiliza-se o algoritmo de Viterbi. O receptor conhece o valor da chave x_N , e a partir deste calcula duas possibilidades, uma supondo que o primeiro bit transmitido foi 1 e a outra que foi 0. A diferença entre esses valores calculados e o valores do sinal recebido é chamada de diferença de métrica. O vetor de ruído AWGN \mathbf{n} tem variância $N_0/2$ por componente. Se E_x é a energia média do sinal caótico \mathbf{x} , a relação sinal ruído é definida por $SNR = E_x/N_0$. O vetor recebido, \mathbf{r} é construído segundo a relação $r[k] = x[k] + n[k]$.

RESULTADOS

Desenvolvemos um programa utilizando o MATLAB que recebe a função inversa de um mapa caótico qualquer e seus diferentes parâmetros, e retorna curvas de desempenho da BER versus SNR para o mapa em questão. O programa decodifica a sequência ruidosa recebida usando o algoritmo de Viterbi e também fornece a curva de desempenho teórica da BPSK para propósito de comparação. Para isso são avaliadas várias sequências de bits \mathbf{b} , para diferentes parâmetros e diferentes SNR. O algoritmo de decodificação descarta a sequência de maior métrica e compara a sequência de menor métrica com o sinal enviado para encontrar quantos erros foram cometidos.

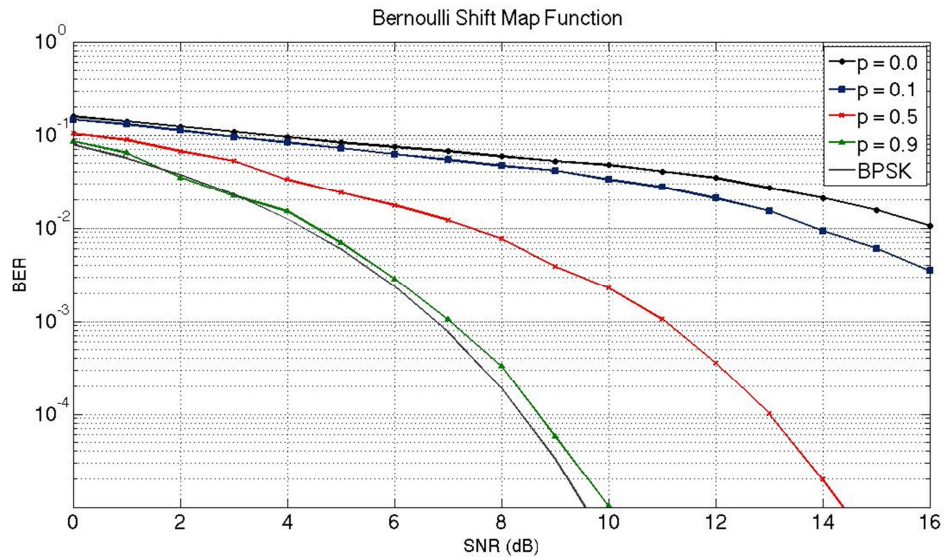


Fig. 4. Curvas de desempenho do mapa de Bernoulli para diferentes valores da faixa de guarda p .

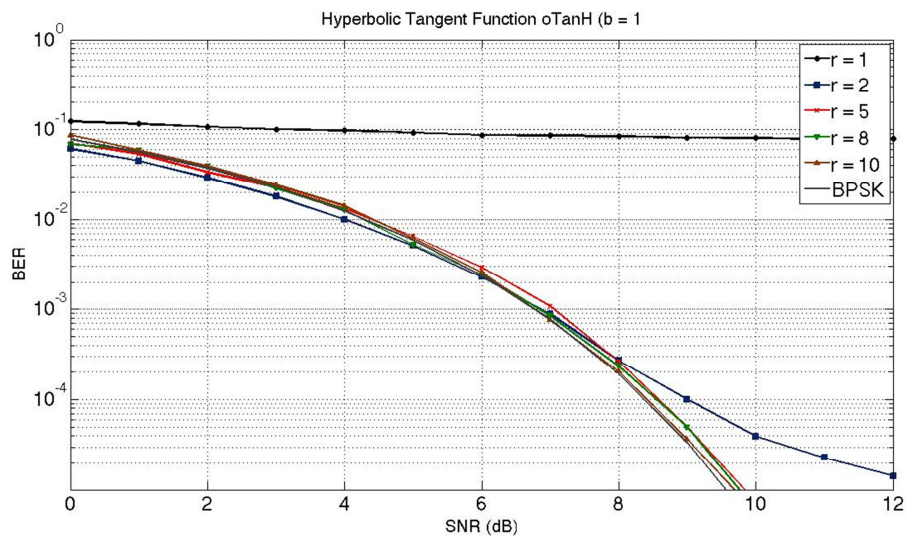


Fig. 5. Curvas de desempenho para a função tangente hiperbólica quando $b = 1$ (oTanH).

DISCUSSÃO

As curvas BER versus SNR para o mapa Bernoulli para diferentes valores de p são mostradas na Fig. 4. Note que quando p se aproxima de 1 o desempenho se aproxima da curva do BPSK. Curvas semelhantes para o mapa tangente hiperbólico são mostradas nas Fig. 5 e 6. Observe que um valor de r suficientemente elevado permite obter um desempenho muito próximo do BPSK, evidenciando que o parâmetro r controla eficientemente a faixa de guarda. Este valor de r observado pelas curvas é $r=5$ para o mapa oTanH e $r=10$ para o mapa eTanH.

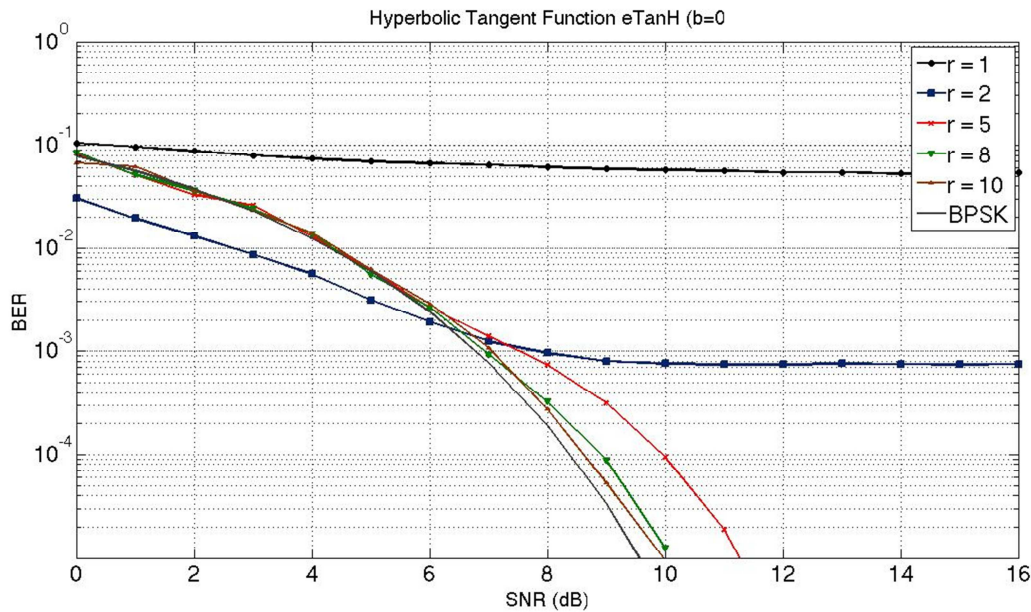


Fig 6. Curvas de desempenho para a função tangente hiperbólica quando $b = 0$ (eTanH).

CONCLUSÕES

O mapa proposto (tangente hiperbólica) prover um desempenho semelhante ao obtido pelos sistemas clássicos com a vantagem de obter uma comunicação segura oferecida pelo sistema caótico. Desta forma, usar um mapa caótico oferece vantagens em relação aos sistemas clássicos e constitui uma forma de incorporar segurança a um sistema de comunicações. Valores de r superiores a 5 são suficientes para se obter um bom desempenho para o mapa oTanH, enquanto r maior que 10 deve ser usado para o mapa eTanH.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao CNPq por viabilizar esse projeto e incentivar jovens que estão começando na área de pesquisa científica.

REFERÊNCIAS

- [1] K. Alligood, T. Sauer, J.A. Yorke, *CHAOS: An Introduction to Dynamical Systems*, Springer-Verlag 1997.
- [2] G. Kaddoum, F. Gagnon, Performance analysis of communication system based on chaotic symbolic dynamics, ICSES, 2010.
- [3] D. Luengo, I. Santamaría, Secure Communications Using OFDM with Chaotic modulation in the subcarriers, IEEE 2005.
- [4] D. Chaves, C. E. Souza, and C. Pimentel, A new map for chaotic communications, Proceedings of the International Telecommunication Symposium (ITS 2014), São Paulo, Brazil, 2014.