

# MODELAGEM DE ESCOAMENTO BIFÁSICO EM RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS TIPO MPFA PARA MODELOS AXISSIMÉTRICOS

Andréa Brandão Duque<sup>1</sup>; Paulo Roberto Maciel Lyra<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Estudante do Curso de Engenharia da Computação - CIN- UFPE; E-mail: abd@cin.ufpe.br,

<sup>2</sup>Docente/pesquisador do Depto de Engenharia Mecânica- CTG - UFPE. E-mail: prmlyra@padmec.org.

**Sumário:** Um dos problemas de interesse da engenharia de reservatórios consiste na determinação dos parâmetros estabelecidos no escoamento de fluidos nas proximidades dos poços de petróleo. Desta maneira, esse trabalho apresenta uma contribuição para a determinação de pressões e saturações em situações onde o escoamento em torno do poço pode ser considerado como axissimétrico. Também de grande interesse é a solução de problemas de grande porte onde a utilização de formulações multiescala é de grande relevância para viabilizar resultados adequados e em tempo aceitável.

**Palavras-chave:** axissimetria; reservatórios de petróleo; volumes finitos;

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho consiste no estudo e implementação de formulações de Volumes Finitos para a solução de problemas de fluxo em meios porosos, em particular o escoamento bifásico de fluidos em reservatórios de petróleo. Dentro desse contexto foram considerados os problemas com características axissimétricas, esse tipo de problema é caracterizado por apresentar simetria em relação ao eixo axial em termos de parâmetros físicos, geométricos e condições do contorno. Desta forma foram duas variantes das formulações MPFA foram adaptadas para o contexto axissimétrico, sendo essas a formulação do tipo MPFA-O (AAVATSMARK, BARKVE, BOE, & MANNSETH, 1998) e a formulação *Full Pressure Support* (MPFA-FPS), proposta por (EDWARDS & ZHENG, 2008). Esse trabalho mostra o comportamento dessas formulações para problemas axissimétricos tendo em vista que não foram identificados na literatura aplicações desse tipo.

Também é apresentado o Método dos Volumes Finitos Multiescala (MsFVM) (BARBOSA et al., 2014) para resolver o problema elíptico que descreve o escoamento bifásico óleo-água em um reservatório de petróleo regido pela lei de Darcy em domínios bidimensionais. A solução multiescala é comparada com a solução obtida diretamente na malha fina, tanto em acurácia quanto em desempenho. Os métodos do tipo multiescala conseguem obter de forma eficiente, ou seja, com custos computacionais baixos, resultados acurados para as equações de fluxos em reservatórios altamente heterogêneos.

## MATERIAIS E MÉTODOS

No desenvolvimento desse trabalho foi utilizado, como ferramenta principal, o ambiente MATLAB, tendo em vista sua versatilidade para a implementação de esquemas numéricos formulados de maneira matricial, para a modelagem dos problemas analisados e geração de malha foi utilizado o software Gmsh.

Tendo em vista a natureza bifásica do problema, no caso axissimétrico, há o interesse da determinação do campo de pressões e saturações dos fluidos envolvidos no desenvolver do escoamento. O tratamento do acoplamento entre essas variáveis é dado através da estratégia IMPES (Implicit Pressure Explicit Saturation). Esse procedimento consiste na solução

sequencial das equações de transporte de fluidos em reservatórios de Petróleo.

## RESULTADOS

Dois problemas foram analisados para testar os dois desenvolvimentos apresentados.

### Escoamento Bifásico nas Proximidades do Poço Vertical em Reservatório Isotrópico e Homogêneo

Neste exemplo, resolvemos numericamente o modelo clássico de Buckley-Leverett (FANCHI, 2001) para um meio homogêneo e isotrópico, com modelo axissimétrico. O tensor de permeabilidade absoluta da rocha é dado por  $\underline{K} = I$ , onde  $I$  é a matriz identidade e o valor da porosidade é irrelevante já que é utilizado apenas para adimensionalizar o tempo. As vazões e saturações de água são dados como condições de contorno do problema de acordo com a figura 1.

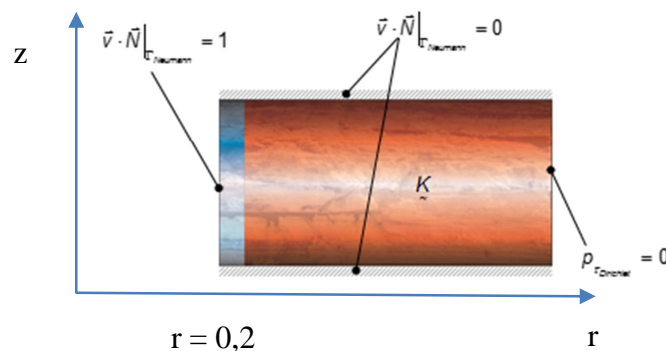


Figura 1. Condições de contorno Buckley-Leverett.

O problema foi simulado para uma sequência de malhas triangulares com 8x16, 16x32 e 32x64 elementos. A figura 2 a) apresenta o resultado correspondente à formulação MPFA-FPS Axissimétrico com uma malha de 16x32 elementos e a figura 2 b) apresenta o resultado obtido com a formulação MPFA-O Axissimétrica para uma malha de 32x64 elementos. Esses resultados foram obtidos para um valor de VPI = 0,2.

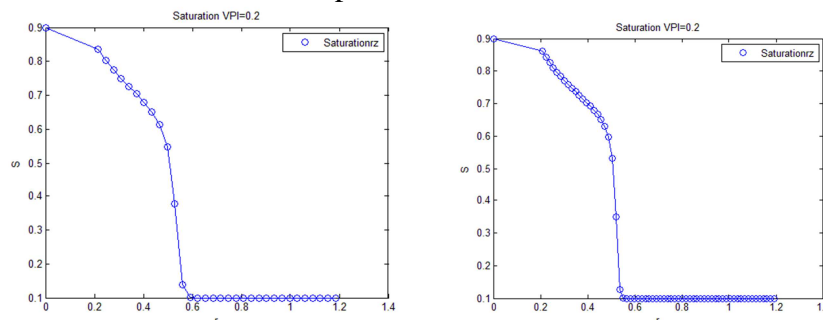


Figura 2. Saturações: a) MPFA- FPS Axissimétrico 16x32; b) MPFA- O Axissimétrico 32x64.

### Efeito da Razão de Engrossamento e do Tempo de Processamento

Nesta seção é avaliado preliminarmente o efeito da razão de engrossamento da malha na acurácia da solução obtida pelo MsFVM na solução do Campo de Pressão para o caso 1/4 de Cinco Poços para um Reservatório Homogêneo e Isotrópico (ver BARBOSA et al., 2014 para detalhes).

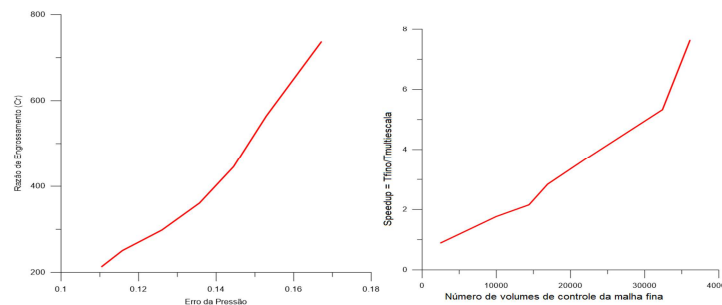
Para avaliarmos a acurácia do procedimento descrito nesse presente trabalho calculamos o erro da solução multiescala, através do erro relativo em cada iteração,  $E_{rel}$ , dado por:

$$E_{rel} = \frac{|P - \tilde{P}|}{|P|} \quad (1)$$

onde  $P$  e  $\tilde{P}$  são as soluções de referências (i.e. solução direto na malha fina) e multiescala, respectivamente. Também foi utilizado o erro médio definido como a média aritmética do erro relativo, definida por:

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_{rel_j} \quad (2)$$

onde  $N$  é a quantidade de elementos da malha fina avaliados. Neste caso são selecionados os elementos da malha fina onde se deseja avaliar o erro médio. A Figura 3 a) apresenta a influência do fator de engrossamento na acurácia da solução multiescala sem processo iterativo, onde apresenta-se o erro médio da solução multiescala,  $\bar{E}$ , com respeito à solução de referência obtida diretamente na malha fina. Tem-se que o erro cai na medida em que se diminui a razão de engrossamento. É importante ressaltar que existe um limite de engrossamento, visto que para uma razão de engrossamento muito baixa, pode-se ter erros de ressonância, segundo BARBOSA *et al.* (2014), visto que a quantidade de volumes grosseiros primais tenderia à quantidade de volumes finos, destruindo a solução multiescala.



**Figura 3: a) Razão de engrossamento (Cr) versus a média do erro percentual; b) Razão entre o tempo de execução do algoritmo multiescala e o tempo da malha fina em relação ao número de volumes de controle da malha fina.**

A figura 3 b) apresenta o speedup de tempo versus o tamanho da malha. Variando-se a razão de engrossamento da malha ( $Cr = n_f/n_c$ , onde  $n_f$  é o número de volumes de controle na malha fina e  $n_c$  é o número de volumes na malha grossa primal), calculou-se o tempo de processamento do método multiescala. O menor tempo de processamento multiescala para uma malha  $190 \times 190$  (36100 elementos) foi de 147,13, quando o fator de engrossamento foi de  $Cr = 361$  ( $10 \times 10$ ). Já o tempo e processamento diretamente na malha fina, aquele obtido por meio do TPFA, de 1.122,34. Esse resultado mostra um speedup de 7.62, sendo o speedup definido como a razão entre o tempo de processamento na malha fina e do método multiescala. Já para uma malha  $30 \times 30$  (900 elementos) o menor tempo multiescala foi de 0.19, quando o fator de engrossamento foi de  $Cr = 56.25$  ( $4 \times 4$ ), o tempo de processamento diretamente na malha fina de 0.17. Esse resultado mostra que a solução da malha fina foi mais rápida que a multiescala.

## DISCUSSÃO

Foram obtidos resultados das formulações axissimétricas desenvolvidas, tanto em termos dos campos de pressão como de saturação, compatíveis com as soluções analíticas, quando

existentes, e/ou com as soluções fisicamente esperadas. Sendo ainda equivalentes os dois métodos testados, para os casos analisados.

Analisando os dados obtidos com as simulações multiescala, observa-se a possibilidade de determinar um ponto de ótimo para a razão de engrossamento com o qual podemos obter soluções multiescala rápidas e acuradas. Note que, depois que o ponto ótimo de processamento é atingido, o engrossamento adicional da malha acarreta um aumento do tempo de simulação, até que a solução multiescala se torne mais cara computacionalmente do que a solução obtida pelo TPFA diretamente na malha fina. Isto ocorre devido ao fato de que, diminuindo a quantidade de volumes na malha grossa, cada volume da malha grossa primal passa a conter um número maior de volumes da malha fina e, apesar do número de subproblemas diminuir, o custo computacional para a solução de cada subproblema aumenta devido ao aumento da dimensão das matrizes locais associadas a esses subproblemas.

### CONCLUSÕES

A partir dos resultados apresentados podemos concluir que as formulações se mostraram capazes de obter distribuições de pressão e saturações compatíveis com a física dos problemas analisados. Além disso, a formulação multiescala permite redução do tempo de simulação sem comprometer a qualidade dos resultados.

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e ao CENPES-Petrobrás pelo apoio financeiro.

### REFERÊNCIAS

AAVATSMARK, I; BARKVE, T; BØE Ø; MANNSETH, T. Discretization on unstructured grids for inhomogeneous, anisotropic media. Part I. Derivation of the methods. *SIAM Journal on Scientific Computing* 1998; **19** :765–781

BARBOSA, L. M. C., CARVALHO, D. K. E., LYRA P. R. M., ANTUNES, A. R. E., , Simulation Of Oil-Water Displacements In Petroleum Reservoirs Via A Multiscale Finite Volume Method, XXXV Iberian Latin American Congress On Computational Methods For Engineering, Fortaleza, CE, Brasil, Novembro de 2014, Pg 20 (*in CD-ROM*).

EDWARDS, M. G.; ZHENG, H. A quasi-positive family of continuous Darcy-flux finite-volume schemes with full pressure support. *J. of Comp. Physics* 2008; **227**: 9333-9364.

FANCHI, J. R. In: *Principles of Applied Reservoir Simulation*. Boston, Gulf Professional Publishing, 2001.

<http://geuz.org/gmsh/>